

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2024. november 11. 14.00-17.00

Megoldókulcs – 9. évfolyam

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen a megadottaktól eltérő helyes megoldásokat is el kell fogadni. Ilyen esetekben a megfelelő arányos pontozást a szaktanárookra bizzuk.

9. évfolyam, 1. feladat

9/1.

a) Feltételezzük, hogy egy-egy felfüggesztett rugó megnyúlása egyenesen arányos a szabad végére kifejtett erővel, illetve – Newton III. törvénye értelmében – a rugó által a végéhez kötött testre kifejtett erő egyenesen arányos a rugó megnyúlásával:

$$F_{\text{rugó}} = D \cdot \Delta l$$

Mivel egyensúly van, a felső nehezékre és az alsó nehezékre ható erők eredője is zérus, azaz

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{rugó,felső}} &= m_1 \cdot g + F_{\text{rugó,alsó}} \\ F_{\text{rugó,alsó}} &= m_2 \cdot g \end{aligned} \right\} \rightarrow F_{\text{rugó,felső}} = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g$$

(Itt kihasználtuk, hogy a rugók tömege elhanyagolható.) Ebből következően a felső rugó megnyúlása

$$D \cdot (\Delta l)_{\text{felső}} = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \rightarrow (\Delta l)_{\text{felső}} = \frac{m_1 \cdot g + m_2 \cdot g}{D}$$

az alsó rugóé pedig

$$D \cdot (\Delta l)_{\text{alsó}} = m_2 \cdot g \rightarrow (\Delta l)_{\text{alsó}} = \frac{m_2 \cdot g}{D}$$

Innen

$$\frac{(\Delta l)_{\text{felső}}}{(\Delta l)_{\text{alsó}}} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} = 2,5 \rightarrow \frac{m_1}{m_2} + 1 = 2,5$$

azaz

$$\frac{m_1}{m_2} = 1,5$$

Tehát a felső nehezék tömege 1,5-szerese az alsó tömegének.

b) A nehezékek súrlódásmentesnek tekinthető, vízszintes felületen ütköznek, ezért a külső erők eredője zérus, a két test által alkotott rendszerben a lendület megmarad:

$$m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v_{\text{közös}}$$

Innen

$$v_{\text{közös}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 = \frac{\frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \cdot v_1 = \frac{1,5}{1,5 + 1} \cdot 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

azaz a két nehezék 1,5 m/s nagyságú sebességgel csúszik együtt az asztalon az ütközést követően.

Az asztallap szélét

$$\Delta t = \frac{s}{v_{\text{közös}}} = \frac{0,3 \text{ m}}{1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,2 \text{ s}$$

alatt érik el.

c) A magassági (helyzeti) energia nullszintjét a padlón megválasztva felírhatjuk a mechanikai energia megmaradását:

Nem szükséges az ismertett formalizmus követése, helyes pl. az a fogalmazás is, hogy a felső rugót a felső és az alsó nehezék súlya nyújtja meg, vagy, hogy a megnyúlások egyenesen arányosak a terheléssel, stb.

7 pont

2 pont

2 pont

3 pont

$$\frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v_{\text{közös}}^2 + (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v_{be}^2 \quad \mathbf{4 \text{ pont}}$$

Innen

$$v_{be} = \sqrt{v_{\text{közös}}^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2,25 \frac{m^2}{s^2} + 2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,75 \text{ m}} \approx 4,15 \frac{m}{s} \quad \mathbf{2 \text{ pont}}$$

(Természetesen a kinematikai összefüggésekre építő, a mozgást vízszintes hajítás-ként tárgyaló megoldást is helyesnek fogadjuk el:

$$h = \frac{g}{2} \cdot t_{esés}^2 \rightarrow t_{esés} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \approx 0,3873 \text{ s}$$

$$v_y = g \cdot t_{esés} \approx 3,873 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{\text{közös}}^2 + v_y^2} = \sqrt{2,25 \frac{m^2}{s^2} + 15 \frac{m^2}{s^2}} \approx 4,15 \frac{m}{s}$$

ugyanúgy, mint a fenti megoldásban.)

Σ :20 pont

9. évfolyam, 2. feladat

9/2.

a) Az átlagsebesség

$$v_{\text{átlag},i} = \frac{\Delta s_i}{\Delta t}$$

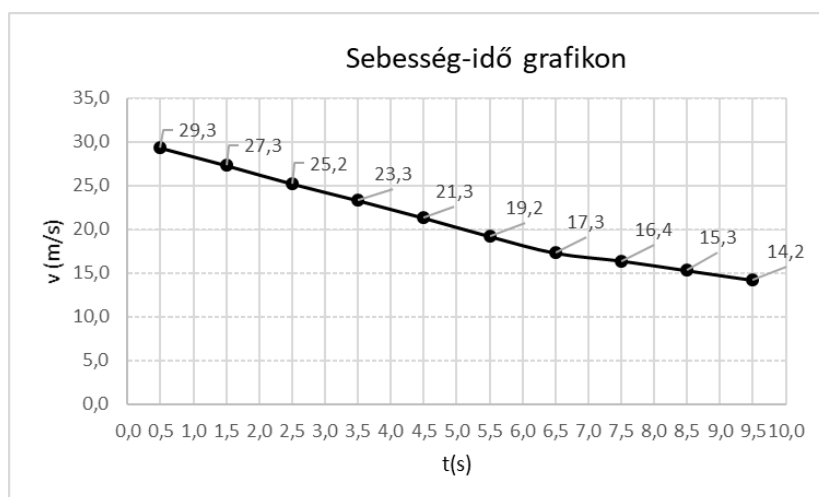
ahol Δs_i az i -edik „sávköz”, $\Delta t = 1$ s. Ebből következően az átlagsebességek m/s-ban kifejezett értékei számértékieileg megegyeznek a sávközök métereiben kifejezett hosszával, azaz

4 pont

Sávok	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11
Átlagsebesség (m/s)	29,3	27,3	25,2	23,3	21,3	19,2	17,3	16,4	15,3	14,2

Ha két sáv között egyenletesen csökken a sebesség, akkor az átlagsebesség a kezdő- és végsebesség számtani közepe, és ezt a sebességet az adott sávköz megtételéhez szükséges idő felénél veszi fel a jármű. Ebből következően ismerjük a pillanatnyi sebességet a $t=0,5$ s, $1,5$ s, $2,5$ s, ... időpillanatokban, és tudjuk, hogy az 1-8. kerékvető, valamint a 8-11. kerékvető közötti szakaszon egyenletesen csökkent a sebesség. Ezek figyelembe vételével a sebesség-idő függvény grafikonja már elkészíthető:

4 pont



Grafi-
kon:
4 pont

(Fontos, hogy a tengelyek címében a mértékegység is fel legyen tüntetve. Nem fontos, hogy a tengelyek a 0-ban kezdődjenek, az adatpontok értékeit sem kell ráírni a grafikonra. A pontok összekötése sem szükséges.)

b) Az autó 1. és 8. sáv közötti mozgására jellemző gyorsulás nagyságát – tekintettel arra, hogy egyenletesen csökken a sebesség – bármely két pillanatnyi sebességérték és a két érték felvétele között eltelt időtartam hányadosaként megkaphatjuk.

Például

$$|a_{1,8}| = \frac{v_{1,\text{átlag}} - v_{8,\text{átlag}}}{\Delta t_{1,8}} = \frac{29,3 \frac{m}{s} - 14,2 \frac{m}{s}}{15 s} = 1,02 \frac{m}{s^2}$$

Természetesen a mérési pontatlanság miatt kissé eltérő gyorsulásértékek is adódhatnak, például

4 pont

$$|a_{1,8}| = \frac{v_{1,\text{átlag}} - v_{8,\text{átlag}}}{\Delta t_{1,8}} = \frac{29,3 \frac{m}{s} - 14,2 \frac{m}{s}}{15 s} = 1,02 \frac{m}{s^2}$$

de láthatóan a motorfékkel történő lassítás 2 m/s^2 nagyságú gyorsulással jellemezhető. Helyes a gyorsuláskomponens negatív előjellel történő megadása is, például

$$a_{1,8} = \frac{v_{8,\text{átlag}} - v_{1,\text{átlag}}}{\Delta t_{1,8}} = \frac{14,2 \frac{m}{s} - 29,3 \frac{m}{s}}{15 s} = -1,02 \frac{m}{s^2}$$

(Elfogadjuk, ha több időintervallumra számolt gyorsulás számtani közepét számolja ki a versenyző, vagy ha a grafikonon egy egyenest húz a mérési pontokra, és leolvassa annak meredekségét, amennyiben az egyenes látszódik a grafikonon, és erre utalás van a szövegben.)

Hasonlóan juthatunk el az autó 8. és 11. sáv közötti mozgását jellemző gyorsulás nagyságához is, például

$$|a_{8,11}| = \frac{v_{8,átlag} - v_{9,átlag}}{\Delta t_{8,9}} = \frac{16,4 \frac{m}{s} - 15,3 \frac{m}{s}}{1 s} = 1,1 \frac{m}{s^2}$$

A hibát is figyelembe véve mondhatjuk, hogy a fék használatával megtett szakaszra jellemző gyorsulásérték közelítőleg $1 m/s^2$ nagyságú. (Itt is megadható a gyorsulás negatív előjellel.)

(Ha egy v_0 kezdősebességgel rendelkező, egyenletesen csökkenő sebességgel mozgó testet vizsgálunk, akkor a k -adik és a $k+1$ -edik másodpercben megtett útszakaszának hosszát számértékileg megadja az

$$s_k = s_k - s_{k-1} = v_0 \cdot k - \frac{a}{2} \cdot k^2 - v_0 \cdot (k-1) + \frac{a}{2} \cdot (k-1)^2 = v_0 - \frac{a}{2} \cdot (2 \cdot k - 1)$$

illetve az

$$\begin{aligned} s_{(k+1)} = s_{k+1} - s_k &= v_0 \cdot (k+1) - \frac{a}{2} \cdot (k+1)^2 - v_0 \cdot k + \frac{a}{2} \cdot k^2 \\ &= v_0 - \frac{a}{2} \cdot (2 \cdot k + 1) \end{aligned}$$

egyenlet, ahol láthatóan csak a számértékekre helyes az egyenlet, a $\Delta t = 1 s$ „elhagyása” miatt a dimenziók nem egyeznek.

Innen

$$s_k - s_{(k+1)} = \frac{a}{2} \cdot (2 \cdot k + 1) - \frac{a}{2} \cdot (2 \cdot k - 1) = a$$

4 pont

Eszerint az egymást követő, 1 s-os időtartamok alatt megtett útszakaszok méterekben kifejezett hosszainak különbsége számértékileg megadja a gyorsulás m/s^2 -ben kifejezett nagyságát. Megfelelő indoklással ez a megoldás is elfogadható.)

**Σ :20
pont**

9. évfolyam, 3. feladat

9/3.

a) A táblázati fajhő-adatból és a melegedési szakaszra jellemző percenkénti hőmérsékletváltozásból kiszámítható a hasznosuló, a víz melegedését előidéző hőteljesítmény.

A grafikonnál leolvasható, hogy

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = 9 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{perc}} = \frac{9}{60} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}} = \frac{3}{20} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}$$

1 pont

Emiatt

$$P_{\text{hasznos}} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T}{\Delta t} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \frac{3}{20} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}} = 630 \text{ W}$$

3 pont

a hasznos teljesítmény.

Az elektromos főzőlap teljesítménye

$$P_{\text{elektromos}} = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = (230 \text{ V} \cdot 4,378261 \text{ A}) = \frac{U^2}{R} = 1000 \text{ W}$$

3 pont

A melegítés hatásfoka:

$$\eta = \frac{P_{\text{hasznos}}}{P_{\text{elektromos}}} = \frac{630 \text{ W}}{1000 \text{ W}} = 0,63 = 63 \%$$

2 pont

b) Egyik lehetőség:

Felírható a következő energiamérleg:

$$P_{\text{hasznos}} \cdot t_x = c \cdot m \cdot \Delta T_{20-100}$$

Innen másodpercben megkapjuk a keresett időpontot:

$$t_x = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T_{20-100}}{P_{\text{hasznos}}} = \frac{4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot (100 - 20)^{\circ}\text{C}}{630 \text{ W}} = 533 \frac{1}{3} \text{ s}$$

Másik lehetőség:

4 pont

A leolvasott melegedési sebesség alapján:

$$t_x = \frac{\Delta T_{20-100}}{\frac{\Delta T}{\Delta t}} = \frac{(100 - 20)^{\circ}\text{C}}{\frac{3}{20} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}} = 533 \frac{1}{3} \text{ s}$$

$$t_x \approx 8 \text{ perc } 53,3 \text{ másodperc}$$

1 pont

Tehát a mérés kezdőpillanatától mérve körülbelül 8 perc 53 másodperc elteltével kezdett el a víz forrni.

c) Mivel 13 perc elteltével Peti abbahagyta a mérést, a forrás időtartama

$$\Delta t_{\text{forrás}} = 13 \cdot 60 \text{ s} - 533 \frac{1}{3} \text{ s} = 246 \frac{2}{3} \text{ s} = \frac{740}{3} \text{ s} (\approx 246,67 \text{ s})$$

1 pont

volt. Ez alatt a víznek átadott hőmennyiség árán elpárologtatott víz tömege:

$$P_{\text{hasznos}} \cdot \Delta t_{\text{forrás}} = L_f \cdot m_{\text{elforrt}}$$

$$m_{\text{elforrt}} = \frac{P_{\text{hasznos}} \cdot \Delta t_{\text{forrás}}}{L_f} = \frac{630 \text{ W} \cdot \frac{740}{3} \text{ s}}{2260000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} \approx 0,06876 \text{ kg} = 68,76 \text{ g}$$

4 pont

Mivel eredetileg 1 kg=1000 g víz volt az edényben, a mérés végére megmaradt

$$m_{\text{maradt}} \approx 0,931 \text{ kg} = 931,24 \text{ g}$$

1 pont

Σ: 20 pont

9. évfolyam, 4. feladat

9/4.

A hőlégballon teljes tömege (levegő nélkül, személyzettel):

$$m = 120 \text{ kg} + 280 \text{ kg} + m_{\text{személyzet}} = 400 \text{ kg} + m_{\text{személyzet}}$$

2 pont

Az utasok és a kiegészítők térfogata a ballon térfogatához képest elhanyagolható, ezért a teljes hajó térfogatát egyenlőnek vesszük a felfújott ballon térfogatával:

$$V = 2500 \text{ m}^3$$

(Ha indoklás nélkül használja a térfogatértéket, akkor is jár a pont.)

1 pont

Akkor tud felemelkedni a hajó, ha a rá ható felhajtóerő (legalább) egyenlő lesz a hőlégballonra és a benne lévő meleg levegőre ható nehézségi erővel:

$$\rho_{120} \cdot V \cdot g + m \cdot g = \rho_{20} \cdot V \cdot g$$

10 pont

ahol a sűrűségeket a táblázatból kell kikeresni:

$$\rho_{120} = 0,898 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{ill.} \quad \rho_{20} = 1,205 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

2 pont

(Ha a versenyző nem veszi figyelembe a meleg levegő súlyát, akkor vonjunk le 6 pontot!)

Behelyettesítve a teljes tömeg kifejezését, egyszerűsítve és rendezve az egyenletet:

$$\rho_{120} \cdot V + 400 \text{ kg} + m_{\text{személyzet}} = \rho_{20} \cdot V$$

5 pont

$$m_{\text{személyzet}} = (\rho_{20} - \rho_{120}) \cdot V - 400 \text{ kg} = 0,307 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2500 \text{ m}^3 - 400 \text{ kg}$$

$$m_{\text{személyzet}} = 367,5 \text{ kg} (= 5 \cdot 70 \text{ kg} + 17,5 \text{ kg})$$

Tehát legfeljebb 367,5 kg lehet a személyzet tömege, ami azt jelenti, hogy az adott körülmények között legfeljebb 5 emberrel tud felszállni a hőlégballon.

Σ :20 pont

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2024. november 11. 14.00-17.00

Megoldókulcs – 10. évfolyam

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen a megadottaktól eltérő helyes megoldásokat is el kell fogadni. Ilyen esetekben a megfelelő arányos pontozást a szaktanárookra bízunk.

10. évfolyam, 1. feladat

10/1.

Jelölje a hajó vízhez viszonyított sebességét v_h , a Tisza vízének – parthoz viszonyított – áramlási sebességét v_T ! Ha az első találkozás a fatörzsszel a hajó indulását követő t időpillanatban következett be, akkor az a hajóállomástól

$$s_1 = (v_h - v_T) \cdot t$$

távolságban történt. Mialatt ezt a távolságot a fatörzs a víz áramlási sebességével haladva megteszi, a hajónak el kell jutnia folyásiránnyal szemben haladva a Marostorokig, és meg kell tennie visszafelé, folyásirányban a teljes $s=4,2$ km hosszú távolságot. Tehát

$$\frac{s_1}{v_T} = \frac{s - s_1}{v_h - v_T} + \frac{s}{v_h + v_T}$$

A két egyenletből

$$\begin{aligned} \frac{(v_h - v_T) \cdot t}{v_T} &= \frac{s - (v_h - v_T) \cdot t}{v_h - v_T} + \frac{s}{v_h + v_T} \\ \frac{v_h}{v_T} \cdot t - t &= \frac{s}{v_h - v_T} - t + \frac{s}{v_h + v_T} \\ \frac{v_h}{v_T} \cdot t &= \frac{2 \cdot s \cdot v_h}{v_h^2 - v_T^2} \\ (v_h^2 - v_T^2) \cdot t &= 2 \cdot s \cdot v_T \\ v_T^2 + \frac{2 \cdot s}{t} \cdot v_T &= v_h^2 \end{aligned}$$

azaz

$$\begin{aligned} v_h &= \sqrt{v_T \cdot \left(v_T + \frac{2 \cdot s}{t} \right)} = \sqrt{0,32 \frac{m}{s} \cdot \left(0,32 \frac{m}{s} + \frac{2 \cdot 4200 m}{600 s} \right)} \\ v_h &\approx 2,14 \frac{m}{s} \approx 7,7 \frac{km}{h} \end{aligned}$$

Tehát körülbelül 7,7 km/h nagyságú sebességgel haladt a hajó a vízhez képest.

3 pont

12 pont

4 pont

1 pont

Σ : 20 pont

10. évfolyam, 2. feladat

10/2.

a) A táblázati fajhő-adatból és a melegedési szakaszra jellemző percenkénti hőmérsékletváltozásból kiszámítható a hasznosuló, a víz melegedését előidéző hőtéljesítmény.

A grafikonról leolvasható, hogy

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = 9 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{perc}} = \frac{9}{60} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}} = \frac{3}{20} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}$$

1 pont

Emiatt

$$P_{\text{hasznos}} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T}{\Delta t} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \frac{3}{20} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}} = 630 \text{ W}$$

3 pont

a hasznos teljesítmény.

Az elektromos főzőlap teljesítménye

$$P_{\text{elektromos}} = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = (230 \text{ V} \cdot 4,378261 \text{ A}) = \frac{U^2}{R} = 1000 \text{ W}$$

3 pont

A melegítés hatásfoka:

$$\eta = \frac{P_{\text{hasznos}}}{P_{\text{elektromos}}} = \frac{630 \text{ W}}{1000 \text{ W}} = 0,63 = 63 \%$$

2 pont

b) Egyik lehetőség:

Felírható a következő energiamérleg:

$$P_{\text{hasznos}} \cdot t_x = c \cdot m \cdot \Delta T_{20-100}$$

Innen másodpercben megkapjuk a keresett időpontot:

$$t_x = \frac{c \cdot m \cdot \Delta T_{20-100}}{P_{\text{hasznos}}} = \frac{4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \cdot 1 \text{ kg} \cdot (100 - 20)^{\circ}\text{C}}{630 \text{ W}} = 533 \frac{1}{3} \text{ s}$$

Másik lehetőség:

A leolvasott hőmérséklet-változási sebesség alapján:

$$t_x = \frac{\Delta T_{20-100}}{\frac{\Delta T}{\Delta t}} = \frac{(100 - 20)^{\circ}\text{C}}{\frac{3}{20} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{s}}} = 533 \frac{1}{3} \text{ s}$$

$$t_x \approx 8 \text{ perc } 53,3 \text{ másodperc}$$

4 pont

1 pont

Tehát a mérés kezdőpillanatától mérve körülbelül 8 perc 53 másodperc elteltével kezdett el a víz forrni.

c) Mivel 13 perc elteltével Peti abbahagyta a mérést, a forrás időtartama

$$\Delta t_{\text{forrás}} = 13 \cdot 60 \text{ s} - 533 \frac{1}{3} \text{ s} = 246 \frac{2}{3} \text{ s} = \frac{740}{3} \text{ s} (\approx 246,67 \text{ s})$$

1 pont

volt. A víznek ezalatt átadott hőmennyiség árán elpárologtatott víz tömege:

$$P_{\text{hasznos}} \cdot \Delta t_{\text{forrás}} = L_f \cdot m_{\text{elforrt}}$$

$$m_{\text{elforrt}} = \frac{P_{\text{hasznos}} \cdot \Delta t_{\text{forrás}}}{L_f} = \frac{630 \text{ W} \cdot \frac{740}{3} \text{ s}}{2260000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} \approx 0,06876 \text{ kg} = 68,76 \text{ g}$$

4 pont

Mivel eredetileg 1 kg=1000 g víz volt az edényben, a mérés végére megmaradt

$$m_{\text{maradt}} \approx 0,931 \text{ kg} = 931,24 \text{ g}$$

1 pont

Σ : 20 pont

10. évfolyam, 3. feladat

10/3.

Először oldjuk meg általánosságban a problémát!

Jelölje a rugóállandót D , a csúszka tömegét m , a rugó deformálatlan hosszát l_0 !

A csúszka pillanatnyi sebességét és a rugó aktuális hosszát tetszőleges helyzetben jelölje – a megfelelő indexekkel – rendre v és l , például a csúszka kezdősebessége $v_S = 0$ m/s, az S pontig megnyújtott rugó hossza pedig l_S .

Írjuk fel a mechanikai energia megmaradásának törvényét a kezdeti S pontban, illetve pályájának egy tetszőleges P pontjában tartózkodó csúszka két állapotára!

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_S^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot (l_S - l_0)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_P^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot (l_P - l_0)^2$$

Ebből az egyenletből egyszerűsítések és átrendezés révén kifejezhető a P pontbeli sebesség:

$$v_P = \sqrt{\frac{D}{m} \cdot [(l_S - l_0)^2 - (l_P - l_0)^2]}$$

ahol a rugónak a kiindulási S ponthoz tartozó hossza a Pitagorasz-tétel alapján

$$l_S = \sqrt{(0,20 \text{ m})^2 + (0,15 \text{ m})^2} = 0,25 \text{ m}$$

ezért

$$l_S - l_0 = 0,25 \text{ m} - 0,1 \text{ m} = 0,15 \text{ m}$$

a rugó kezdeti megnyúlása. A végső kifejezés:

$$v_P = \sqrt{\frac{10 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0,02 \text{ kg}} \cdot [0,15^2 - (l_P - l_0)^2] m^2} = \sqrt{500 \frac{\text{Nm}}{\text{kg}} \cdot [0,0225 - (l_P - 0,1)^2]}$$

$$v_P = \sqrt{11,25 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 500 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot (l_P - 0,1 \text{ m})^2}$$

a) Az A pontra nézve

$$l_A = 0,2 \text{ m}$$

ezért a sebesség az A pontban:

$$v_A = \sqrt{\frac{D}{m} \cdot [(l_S - l_0)^2 - (l_A - l_0)^2]} = \sqrt{11,25 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 500 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot (0,2 \text{ m} - 0,1 \text{ m})^2}$$

$$v_A = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tehát az A ponton $2,5$ m/s nagyságú sebességgel halad át a csúszka.

b) A B ponton áthaladó csúszka esetében a rugó hossza

$$l_B = \sqrt{(0,20 \text{ m})^2 + (0,10 \text{ m})^2} = 0,2236 \text{ m}$$

így már kiszámítható a sebesség a B pontban:

$$v_B = \sqrt{\frac{D}{m} \cdot [(l_S - l_0)^2 - (l_B - l_0)^2]}$$

$$v_B = \sqrt{11,25 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 500 \frac{1}{\text{s}^2} \cdot (0,2236 \text{ m} - 0,1 \text{ m})^2} \approx 1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Tehát a B ponton $1,9$ m/s nagyságú sebességgel halad át a csúszka.

A versenyzőktől nem várjuk el, hogy ezt a logikai menetet kövessék!

7 pont

1 pont

2 pont

2 pont

3 pont

2 pont

3 pont

Σ : 20 pont

10. évfolyam, 4. feladat

10/4.

a) A hőlégballon teljes tömege (levegő nélkül, teljes személyzettel):

$$m = 113 \text{ kg} + 270 \text{ kg} + 300 \text{ kg} = 683 \text{ kg}$$

Az utasok és a kiegészítők térfogata a ballon térfogatához képest elhanyagolható, ezért a teljes hajó térfogatát egyenlőnek vesszük a felfújott ballon térfogatával:

$$V = 2500 \text{ m}^3$$

A kupola belsejében lévő levegő abszolút hőmérséklete legyen T !

Az ideális gáz állapotegyenletéből kifejezzük a sűrűséget:

$$p \cdot V = \frac{m_{\text{levegő}}}{M_{\text{levegő}}} \cdot R \cdot T \rightarrow \rho = \frac{p \cdot M_{\text{levegő}}}{R \cdot T} \quad \text{3 pont}$$

ami tehát egyenesen arányos a nyomással és fordítottnak a hőmérséklettel.

A ballon belsejében lévő levegő sűrűsége a környező levegő sűrűségével összevetve:

$$\rho \cdot T = \frac{p \cdot M_{\text{levegő}}}{R} = \rho_0 \cdot T_0 \rightarrow \rho = \frac{T_0}{T} \cdot \rho_0 \quad \text{2 pont}$$

ahol $T_0 = 293 \text{ K}$ és $\rho_0 = 1,205 \text{ kg/m}^3$.

Akkor fog felemelkedni a hajó, ha a rá ható felhajtóerő (legalább) egyenlő lesz a hőlégballonra és a benne lévő meleg levegőre ható nehézségi erővel:

$$\rho \cdot V \cdot g + m \cdot g = \rho_0 \cdot V \cdot g$$

Behelyettesítve a meleg levegő sűrűségére kapott kifejezést és az egyenletet rendezve:

$$\begin{aligned} \frac{T_0}{T} \cdot \rho_0 \cdot V + m &= \rho_0 \cdot V \rightarrow \frac{T_0}{T} = 1 - \frac{m}{\rho_0 \cdot V} \\ T &= \frac{T_0}{1 - \frac{m}{\rho_0 \cdot V}} = \frac{293 \text{ K}}{1 - \frac{683 \text{ kg}}{1,205 \text{ kg/m}^3 \cdot 2500 \text{ m}^3}} \approx 378,9 \text{ K} \approx 106 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned} \quad \text{2 pont}$$

Tehát legalább $106 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra kell melegíteni a ballonban lévő levegőt.

b) A ballon által hordozott teherbe nem számítjuk bele a saját tömegét, és a benne lévő meleg levegő tömegét. Ezért a hasznos teher m_t tömege az a) pontban követett gondolatmenetből:

$$\begin{aligned} m_t \cdot g + m_{\text{ballon}} \cdot g + \rho_{\text{meleg}} \cdot V \cdot g &= \rho_{\text{környezet}} \cdot V \cdot g \\ m_t &= V \cdot (\rho_{\text{környezet}} - \rho_{\text{meleg}}) - m_{\text{ballon}} \end{aligned} \quad \text{2 pont}$$

Az állapotegyenletből a sűrűségeket kifejezve és behelyettesítve:

$$m_t = \frac{p \cdot V \cdot M_{\text{levegő}}}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_{\text{környezet}}} - \frac{1}{T_{\text{meleg}}} \right) - m_{\text{ballon}} \quad \text{3 pont}$$

(Itt kihasználtuk, hogy a ballonban a nyomás a környezetben uralkodó nyomással megegyező.)

A táblázat alapján $h = 1000 \text{ m}$ magasságban a nyomás $p = 88 \text{ kPa}$, a hőmérséklet pedig $T_{\text{környezet}} = 285,2 \text{ K}$. A ballonban lévő levegő hőmérséklete az a) pont eredményéből $T_{\text{meleg}} = (106 - 6) \text{ }^\circ\text{C} = 100 \text{ }^\circ\text{C} = 373 \text{ K}$.

Innen a ballon teherbírása 1000 m -es magasságban:

$$\begin{aligned} m_t &= \frac{88000 \text{ Pa} \cdot 2500 \text{ m}^3 \cdot 0,0288 \text{ kg/mol}}{8,31 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}} \cdot \left(\frac{1}{285,2 \text{ K}} - \frac{1}{373 \text{ K}} \right) - 113 \text{ kg} \\ m_t &\approx 516,3 \text{ kg} \end{aligned}$$

Mivel a talajszinten még 570 kg volt a ballon teherbírása, láthatóan több mint 50 kg -al csökkent! Ha azt szeretnék elérni, hogy a ballon 1000 m magasságban lebegjen, be kell indítani a kupolában lévő levegő felfűtését. 2 pont

(Nem szükséges kiszámítani, de az *a*) pontban levezetett összefüggés alkalmazásával megkaphatjuk, milyen hőmérsékletre kellene melegíteni a ballonban lévő levegőt, hogy a hajó az 1000 méteres magasságban is lebegni tudjon a teljes – 683 kg – kezdeti terhelésével:

$$T_{1000} = \frac{T_{\text{környezet}}}{1 - \frac{m}{\rho_{\text{környezet}} \cdot V}} = \frac{T_{\text{környezet}}}{1 - \frac{m}{\frac{p_{\text{környezet}} \cdot M}{R \cdot T_{\text{környezet}}} \cdot V}}$$

$$T_{1000} = \frac{286,5 \text{ K}}{1 - \frac{683 \text{ kg}}{\frac{88000 \text{ Pa} \cdot 0,0288 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8,31 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol}) \cdot 286,5 \text{ K}} \cdot 2500 \text{ m}^3}}$$

$$T_{1000} = \frac{286,5 \text{ K}}{1 - \frac{683 \text{ kg}}{1,0645 \text{ kg}/\text{m}^3 \cdot 2500 \text{ m}^3}} \approx 385,4 \text{ K} \approx 112 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Tehát valóban elég jelentősen fel kell melegíteni a ballonban lévő levegőt.

Ha a versenyző kiszámolja a szükséges hőmérsékletet, és megállapítja, hogy melegedés szükséges, de nem számolja ki a ballon terhelhetőségét, akkor erre a feladat-részre 4 pontot adjunk.)

Σ: 20 pont

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2024. november 11. 14.00-17.00

Megoldókulcs – 11. évfolyam

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen a megadottaktól eltérő helyes megoldásokat is el kell fogadni. Ilyen esetekben a megfelelő arányos pontozást a szaktanároknak bízunk.

11. évfolyam, 1. feladat

11/1.

a) A csuka és a keszeg is kezdősebesség nélküli, egyenes vonalú, egyenletesen gyorsuló mozgást végez, azonos irányban.

A kishal megragadásáig a csuka megtesz

$$s_{cs} = \frac{a_{cs}}{2} \cdot t^2 = \frac{16}{2} \cdot 0,5^2 = 2 \text{ m}$$

4 pont

hosszúságú utat.

A keszeg ezalatt

$$s_k = \frac{a_k}{2} \cdot t^2 = \frac{12}{2} \cdot 0,5^2 = 1,5 \text{ m}$$

4 pont

messzire jut.

Az a távolság tehát, amelyre minimum meg kell közelítenie a ragadozónak az áldozatát ahhoz, hogy éppen elkaphassa

$$x = s_{cs} - s_k = 2 \text{ m} - 1,5 \text{ m} = 0,5 \text{ m}.$$

2 pont

b) Oldalról történő támadás esetén a csuka és a kishal által a megragadásig megtett utak és a megközelítési távolság egy derékszögű háromszög három oldalát határozzák meg. A csuka útja lesz az átfogó, a másik két távolság a háromszög befogóit adják meg. Ekkor tehát a minimális megközelítési távolság értékét a Pitagorasz-tétel segítségével számolhatjuk ki:

$$x_b = \sqrt{s_{cs}^2 - s_k^2} = \sqrt{4 - 2,25} = 1,323 \text{ m}.$$

5 pont

c) A csuka pályájának a két halat a támadás megkezdése előtt összekötő egyenessel bezárt α szöge egy egyszerű trigonometrikus számítással meghatározható:

$$\sin \alpha = \frac{s_k}{s_{cs}} = \frac{1,5}{2} = 0,75 \rightarrow \alpha = 48,6^\circ.$$

5 pont

Σ : 20 pont

11. évfolyam, 2. feladat

11/2.

a) A tápegység maximális egyenárama:

$$P_t = U_t \cdot I_t \rightarrow I_t = \frac{P_t}{U_t} = \frac{400 \text{ W}}{12 \text{ V}} \approx 33,3 \text{ A}$$

A tápegység egy transzformátort is tartalmaz, melynek primer köre által a hálózathoz felvett teljesítmény meg kell, hogy egyezzen a szekunder körben, egyenirányítás után leadott teljesítménnyel, ha a veszteségektől (tápegység melegedése) eltekintünk. Ezért a tápegység által a hálózathoz felvett effektív áramerősség maximális egyenáram leadása esetén:

4 pont

$$P_{\text{hálózat}} = P_t \rightarrow U_{h,eff} \cdot I_{h,eff} = P_t \rightarrow I_{h,eff} = \frac{P_t}{U_{h,eff}} = \frac{400 \text{ W}}{230 \text{ V}} \approx 1,74 \text{ A}$$

6 pont

b) A számítógépek összteljesítménye monitorokkal együtt:

3 pont

$$P_{\text{össz}} = 20 \cdot (P_t + P_m) = 20 \cdot (400 \text{ W} + 50 \text{ W}) = 9000 \text{ W} = 9 \text{ kW}$$

Egy 16 A-es biztosítékkal védett vezetékpáron maximálisan leadható teljesítmény:

$$P_1 = U_h \cdot I_{\text{max}} = 230 \text{ V} \cdot 16 \text{ A} = 3680 \text{ W} = 3,68 \text{ kW}$$

4 pont

Mivel

$$2 \cdot P_1 < P_{\text{össz}} < 3 \cdot P_1$$

legalább 3 db 16 A-es biztosítékkal védett vezetékpár tudja biztonságosan ellátni a számítógépkabinetet.

3 pont

Σ : 20 pont

11. évfolyam, 3. feladat

11/3.

A tápegység feszültsége megoszlik a sorba kapcsolt izzón és a drótspirálon:

$$U_{táp} = U_{izzó} + U_{drót}$$

Mivel az áramerősség közös, adódik, hogy

$$I \cdot U_{táp} = P_{izzó} + P_{drót}$$

ahol $P_{drót}$ számértékileg az áramátjárta drótspirál által másodpercenként az üvegcsőbe zárt levegőnek átadott hőmennyiséggel egyezik meg. A keresett áramerősség meghatározásához tehát ennek a hőmennyiségnek az értékére van szükségünk:

$$I = \frac{P_{izzó} + P_{drót}}{U_{táp}}$$

2 pont

Számítsuk ki a teljes folyamatban a levegőnek átadott hőmennyiséget!

A levegő felmelegedett és térfogata megnőtt, ezért a vele közölt – azaz a drótspirál által leadott – hőmennyiségnek fedeznie kellett a gáz belső energiájának növekedését és tágulási (térfogati) munkáját. Vizsgáljuk meg a bezárt levegő nyomását és térfogatát a folyamat egy közbülső fázisában, amikor a csőben h magasságban áll a víz!

A bezárt levegő nyomásának és a csőben éppen bennlévő, h magasságú víoszlopnak a hidrosztatikai nyomása megegyezik a külső légnyomással, ezért a bezárt levegő nyomása

$$p(h) = p_{lég} - \rho_{víz} \cdot g \cdot h$$

2 pont

A gáz térfogata ebben az állapotban:

$$V(h) = V_{gömb} + A \cdot (h_0 - h)$$

ahol

$$V_{gömb} = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot d^3 \cdot \pi}{24} = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} (\approx 2,39 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3)$$

1 pont

és $h_0 = 0,5 \text{ m}$.

A jelöléseken egyszerűsítve kaphatjuk a gáz nyomásának és térfogatának összefüggését, hogy

$$p = p_{lég} - \rho_{víz} \cdot g \cdot \left(h_0 - \frac{V - V_{gömb}}{A} \right)$$

$$p = p_{lég} - \rho_{víz} \cdot g \cdot \left(h_0 + \frac{V_{gömb}}{A} \right) + \frac{\rho_{víz} \cdot g}{A} \cdot V$$

Láthatóan lineáris függvénykapcsolat van a gáz p , V állapotváltozója között, ezért a p - V állapotsíkon a vizsgált folyamatot ábrázoló görbe egy egyenes, az alatta lévő terület kiszámításával a levegő tágulási munkája megkapható.

3 pont

[Számértékekkel:

$$p = p_{lég} - \rho_{víz} \cdot g \cdot \left[h_0 + \frac{\frac{d^3 \cdot \pi}{6}}{\left(\frac{d_{cső}}{2} \right)^2 \cdot \pi} \right] + \frac{\rho_{víz} \cdot g}{\left(\frac{d_{cső}}{2} \right)^2 \cdot \pi} \cdot V$$

$$p = p_{lég} - \rho_{víz} \cdot g \cdot \left(h_0 + \frac{2 \cdot d^3}{3 \cdot d_{cső}^2} \right) + \frac{\rho_{víz} \cdot g}{\left(\frac{d_{cső}}{2} \right)^2 \cdot \pi} \cdot V$$

$$p = 10^5 \text{ Pa} - 10000 \cdot (0,5 + 4,7555521) \text{ Pa} + \frac{10000}{5,0265 \cdot 10^{-5}} \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3} \cdot V$$

$$p = 10^5 \text{ Pa} - 5,25555 \cdot 10^4 \text{ Pa} + 1,9894 \cdot 10^8 \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3} \cdot V$$

$$p = 4,74445 \cdot 10^4 \text{ Pa} + 1,9894 \cdot 10^8 \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3} \cdot V$$

azaz valóban $p=a \cdot V+b$.]

Ennek a ki-fejezésnek a levezetését nem várjuk el!

A térfogati munka kiszámítása:

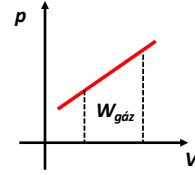
$$W_{levegő} = \frac{p_{kezdet} + p_{vég}}{2} \cdot (V_{vég} - V_{kezdet})$$

ahol

$$p_{kezdet} = p_{lég} - \rho_{víz} \cdot g \cdot h_0 = 10^5 \text{ Pa} - 10000 \cdot 0,5 \text{ Pa}$$

$$p_{kezdet} = 95000 \text{ Pa}$$

$$p_{vég} = p_{lég} = 10^5 \text{ Pa}$$



$$V_{vég} - V_{kezdet} = V_{gömb} + V_{cső} - V_{gömb} = V_{cső} = \left(\frac{d_{cső}}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot h_0$$

$$V_{vég} - V_{kezdet} = 2,513 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Így a levegő által végzett munka:

$$W_{levegő} = \frac{p_{kezdet} + p_{vég}}{2} \cdot (V_{vég} - V_{kezdet}) \approx 2,45 \text{ J}$$

2 pont

A levegő hőmérséklete kezdetben 300 K, a végállapotban az egyesített gáztörvényből:

$$\frac{p_{kezdet} \cdot V_{kezdet}}{T_{kezdet}} = \frac{p_{vég} \cdot V_{vég}}{T_{vég}} \rightarrow T_{vég} = \frac{p_{vég} \cdot V_{vég}}{p_{kezdet} \cdot V_{kezdet}} \cdot T_{kezdet}$$

$$T_{vég} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot (2,39 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 + 2,513 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3)}{95000 \text{ Pa} \cdot 2,39 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} \cdot 300 \text{ K} \approx 349 \text{ K}$$

2 pont

A levegő belső energiájának megváltozása az állandó térfogaton vett fajhővel számítható:

$$\Delta E_b = c_v \cdot m_{levegő} \cdot (T_{vég} - T_{kezdet})$$

Láthatóan szükségünk van a levegő tömegének meghatározására. Ehhez hasonlítsuk össze a normál állapotra és a kezdőállapotra felírt állapotegyenletet!

Mivel

$$\frac{p_{normál}}{\rho_{normál} \cdot T_{normál}} = \frac{R}{M} \quad \text{és} \quad \frac{p_{kezdet} \cdot V_{kezdet}}{T_{kezdet}} = m_{levegő} \cdot \frac{R}{M}$$

így

$$m_{levegő} = \frac{p_{kezdet} \cdot V_{kezdet}}{T_{kezdet}} \cdot \frac{\rho_{normál} \cdot T_{normál}}{p_{normál}}$$

$$m_{levegő} = \frac{95000 \text{ Pa} \cdot 2,39 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot 273 \text{ K}}{300 \text{ K} \cdot 10^5 \text{ Pa}} \cdot 1,293 \text{ kg/m}^3$$

$$m_{levegő} \approx 2,67 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$$

2 pont

(A bezárt levegő sűrűsége kezdetben 1,12 kg/m³-nek adódna.)

A belső energia változása ezzel:

$$\Delta E_b = c_v \cdot m_{levegő} \cdot (T_{vég} - T_{kezdet})$$

$$\Delta E_b = 712 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)} \cdot 2,67 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot 49 \text{ K} = 9,315 \text{ J}$$

2 pont

Az árammal átjárt drótspirál által leadott Joule-hő, amit – veszteségektől eltekintve – a gáz felvesz, az I. főtétel értelmében:

$$Q = \Delta E_b + W_{levegő} = 11,765 \text{ J}$$

2 pont

Mivel a hőátadás időtartamát ismerjük, a „fűtőszál” teljesítménye

$$P_{drót} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{11,765 \text{ J}}{3,5 \text{ s}} \approx 3,36 \text{ W}$$

1 pont

Ezzel már meghatározható a keresett áramerősség:

$$I = \frac{P_{izzó} + P_{drót}}{U_{táp}} = \frac{10 \text{ W} + 3,36 \text{ W}}{13 \text{ V}} \approx 1,03 \text{ A}$$

1 pont

Tehát körülbelül 1 A erősségű áram folyik át az üveggömbbe beforrasztott drótspirálon.

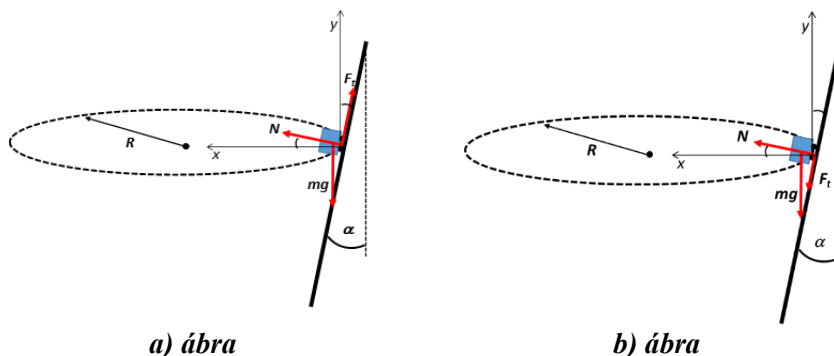
Σ: 20 pont

11. évfolyam, 4. feladat

11/4.

Először általánosságban vizsgáljuk meg az autó mozgását a „halál kútja” falán!

Az autóra a nehézségi erőn kívül csak a pálya felülete által kifejtett erő hat, amelyet azonban a testre ható erőket feltüntető vázlatrajzon szokásosan a felülettel párhuzamos tapadási, illetve a felületre merőleges nyomó komponens külön erőként történő berajzolásával vesszünk figyelembe. A tapadási erőkomponens a felülettel párhuzamosan felfelé (*a. ábra*) és lefelé (*b. ábra*) is irányulhat: előbbi esetben az autó lefelé, utóbbiban a felfelé történő megcsúszását igyekszik meggátolni.



Nem várjuk el ennek a logikai menetnek a követését!

**Jó ábráért:
2 pont**

A pontszerűnek tekintett autóra ható erők eredőjének a vízszintes körpálya középpontja felé kell mutatnia, hogy az egyenletes körmozgás centripetális gyorsulását biztosítani tudja.

A mozgást a fenti ábrákon látható, sugárirányú és arra merőleges tengelyekkel rendelkező nyugvó vonatkoztatási rendszerben fogjuk tárgyalni, de természetesen az autóval együtt gyorsuló vonatkoztatási rendszerben, egyensúlyi problémaként történő tárgyalás is helyes eredményre vezethet.

Komponensekre bontjuk az erőket, és felírjuk a mozgásegyenletet:

- az autó lecsúszásának lehetőségét vizsgálva (*a. ábra*)

$$\left. \begin{aligned} N \cdot \cos \alpha - F_t \cdot \sin \alpha &= m \cdot \frac{v^2}{R} \\ N \cdot \sin \alpha + F_t \cdot \cos \alpha &= m \cdot g \end{aligned} \right\} F_t \leq \mu_0 \cdot N$$

2 pont

Ha a lecsúszást gátló tapadási erő maximumával számolunk, akkor

$$\left. \begin{aligned} N \cdot \cos \alpha - \mu_0 \cdot N \cdot \sin \alpha &= m \cdot \frac{v_{\min}^2}{R} \\ N \cdot \sin \alpha + \mu_0 \cdot N \cdot \cos \alpha &= m \cdot g \end{aligned} \right\}$$

ahol $v_{\min}$ az a legkisebb sebesség, amellyel adott tapadási együttható és pályasugár esetében a mozgó autó már nem csúszik le a pálya falán. Innen a nyomóerőt kiküszöbölve kaphatjuk, hogy

$$\frac{\cos \alpha - \mu_0 \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha + \mu_0 \cdot \cos \alpha} = \frac{v_{\min}^2}{g \cdot R}$$

1 pont

- az autó felfelé történő megcsúszásának lehetőségét – ugyancsak határhelyzetben – vizsgálva (*b. ábra*)

$$\left. \begin{aligned} N \cdot \cos \alpha + \mu_0 \cdot N \cdot \sin \alpha &= m \cdot \frac{v_{\max}^2}{R} \\ N \cdot \sin \alpha - \mu_0 \cdot N \cdot \cos \alpha &= m \cdot g \end{aligned} \right\}$$

2 pont

ahol $v_{\max}$ az a legnagyobb sebesség, amellyel adott tapadási együttható és pályasugár esetében az autó még mozoghat, hogy ne csússzon meg felfelé a pálya falán. Innen a nyomóerőt kiküszöbölve kaphatjuk, hogy

$$\frac{\cos \alpha + \mu_0 \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha - \mu_0 \cdot \cos \alpha} = \frac{v_{\max}^2}{g \cdot R}$$

1 pont

a) A gumiabroncsok és a pálya felülete között fellépő tapadásra jellemző együttható értékétől függetlenül akkor nem kell tartani az autó megcsúszásától, ha pusztán a nyomóerő és a nehézségi erő eredője körpályán tudja tartani, azaz a tapadási erőkomponens zérus. Ekkor a mozgásegyenlet leegyszerűsödik, és gyorsan eljuthatunk a megoldáshoz:

$$\left. \begin{aligned} N \cdot \cos\alpha &= m \cdot \frac{v^2}{R} \\ N \cdot \sin\alpha &= m \cdot g \end{aligned} \right\} \rightarrow ctg\alpha = \frac{v^2}{g \cdot R} \quad \text{3 pont}$$

azaz

$$v = \sqrt{g \cdot R \cdot ctg\alpha} = \sqrt{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 6 \text{ m} \cdot ctg10^\circ} \approx 18,27 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 65,77 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad \text{1 pont}$$

Tehát, ha az autó 65,77 km/h nagyságú sebességgel halad a 12 m átmérőjű vízszintes körpályáján, akkor a súrlódási együttható értékétől függetlenül nem fog megcsúszni sem lefelé, sem felfelé.

b) A maximális sebesség keresése esetén az autó felfelé történő megcsúszásának lehetőségét kell megvizsgálnunk.

Ilyenkor határesetben

$$\frac{\cos\alpha + \mu_0 \cdot \sin\alpha}{\sin\alpha - \mu_0 \cdot \cos\alpha} = \frac{v_{\max}^2}{g \cdot R}$$

ahonnan

$$v_{\max} = \sqrt{g \cdot R \cdot \frac{1 + \mu_0 \cdot tg\alpha}{tg\alpha - \mu_0}}$$

A négyzetgyök alatti kifejezés nem lehet negatív, azaz

$$tg\alpha > \mu_0 \rightarrow \mu_0 < 0,176$$

Ha $\mu_0 \rightarrow 0,176$ értékhez „alulról”, akkor a négyzetgyök alatti kifejezés tart a végtelenbe, ami azt mutatja, hogy tetszőlegesen nagy sebesség esetén sem csúszik meg az autó felfelé.

Ebből következik, hogy amennyiben $\mu_0 = 0,5 > 0,176$, az autó tetszőlegesen nagy sebességgel mozoghat, nem fog megcsúszni felfelé a pálya felületén.

Amennyiben $\mu_0 = 0,1$, az autó legfeljebb

$$v_{\max,2} = \sqrt{g \cdot R \cdot \frac{1 + \mu_{0,2} \cdot tg\alpha}{tg\alpha - \mu_{0,2}}} = \sqrt{58,86 \cdot \frac{1,017633}{0,07633}} \approx 28,013 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 101 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad \text{4 pont}$$

sebességgel körözhet, ennél nagyobb sebességértékek esetén megcsúszik a falon felfelé.

A minimális sebesség keresése esetén az autó lefelé történő megcsúszásának lehetőségét kell megvizsgálnunk.

Ilyenkor határesetben

$$\frac{\cos\alpha - \mu_0 \cdot \sin\alpha}{\sin\alpha + \mu_0 \cdot \cos\alpha} = \frac{v_{\min}^2}{g \cdot R}$$

ahonnan

$$v_{\min} = \sqrt{g \cdot R \cdot \frac{1 - \mu_0 \cdot tg\alpha}{tg\alpha + \mu_0}}$$

A négyzetgyök alatti kifejezés nem lehet negatív, azaz

$$1 > \mu_0 \cdot tg\alpha \rightarrow \mu_0 < ctg\alpha \approx 5,67$$

ami mindkét megadott tapadási együttható esetében teljesül.

Amennyiben $\mu_0 = 0,5$, az autónak legalább

$$v_{\min,1} = \sqrt{g \cdot R \cdot \frac{1 - \mu_0 \cdot tg\alpha}{tg\alpha + \mu_0}} = \sqrt{58,86 \cdot \frac{0,91184}{0,67633}} \approx 8,91 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 32,1 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

sebességgel kell köröznie, ennél kisebb sebességértékek esetén megcsúszik a falon lefelé.

Amennyiben $\mu_0 = 0,1$, az autónak legalább

$$v_{min,2} = \sqrt{g \cdot R \cdot \frac{1 - \mu_0 \cdot tg\alpha}{tg\alpha + \mu_0}} = \sqrt{58,86 \cdot \frac{0,98237}{0,27633}} \approx 14,5 \frac{m}{s} \approx 52,2 \frac{km}{h}$$

sebességgel kell köröznie, ennél kisebb sebességértékek esetén megcsúszik a falon lefelé.

Tehát amennyiben az autó abroncsai és a pálya felülete között a tapadási együttható

- $\mu_0 = 0,5$, a megengedett sebességintervallum

$$32,1 \frac{km}{h} \leq v < \infty$$

- $\mu_0 = 0,1$, a megengedett sebességintervallum

$$52,2 \frac{km}{h} \leq v \leq 101 \frac{km}{h}$$

4 pont

Σ : 20 pont

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2024. november 11. 14.00-17.00

Megoldókulcs – 12. évfolyam

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen a megadottaktól eltérő helyes megoldásokat is el kell fogadni. Ilyen esetekben a megfelelő arányos pontozást a szaktanároknak bízunk.

12. évfolyam, 1. feladat

12/1.

Írjuk le a ferde hajítást olyan függőleges síkú koordináta-rendszerben, melynek y tengelye a nehézségi gyorsulás irányával ellentétesen, x tengelye erre merőlegesen, a dobás irányában mutat, origóját helyezzük a gerely elengedési pontjába, a talajszint feletti $h = 2$ m magasságba!

A sebességkomponensekre, illetve a – pontszerű testként kezelt – gerely pillanatnyi helyzetének koordinátáira nézve felírható, hogy

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v \cdot \cos\alpha \\ v_y &= v \cdot \sin\alpha - g \cdot t \end{aligned} \right\} \quad 2 \text{ pont}$$

illetve

$$\left. \begin{aligned} x &= v \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y &= v \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \quad 2 \text{ pont}$$

ahol

$$v = 110 \frac{\text{km}}{\text{h}} \approx 30,56 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad 1 \text{ pont}$$

A mozgás addig tart, míg az eldobott test y koordinátája $-h$ értékre változik. Vízszintes irányban mérve ilyenkor lesz legtávolabb a test a versenyzőtől.

$$\left. \begin{aligned} x_{\max} &= v \cdot \cos\alpha \cdot t_{\text{mozgás}} \\ -h &= v \cdot \sin\alpha \cdot t_{\text{mozgás}} - \frac{g}{2} \cdot t_{\text{mozgás}}^2 \end{aligned} \right\} \quad 3 \text{ pont}$$

A két egyenletből a mozgás idejét kiküszöbölve a pálya egyenletéhez jutunk:

$$\begin{aligned} -h &= v \cdot \sin\alpha \cdot \frac{x_{\max}}{v \cdot \cos\alpha} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{x_{\max}}{v \cdot \cos\alpha} \right)^2 \\ x_{\max} \cdot \tan\alpha - \frac{g}{2 \cdot v^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x_{\max}^2 + h &= 0 \end{aligned} \quad 5 \text{ pont}$$

Innen a kapott másodfokú egyenletet kell megoldanunk:

$$\begin{aligned} \frac{g}{2 \cdot v^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x_{\max}^2 - x_{\max} \cdot \tan\alpha - h &= 0 \\ \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 30,56^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \cos^2 31,76^\circ} \cdot x_{\max}^2 - \tan 31,76^\circ \cdot x_{\max} - 2 \text{ m} &= 0 \\ 7,2649 \cdot 10^{-3} \cdot x_{\max}^2 - 0,6191 \cdot x_{\max} - 2 &= 0 \\ x_{\max} = \frac{0,6191 \pm \sqrt{0,38324 + 58,12 \cdot 10^{-3}}}{14,5298 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,6191 \pm 0,66435}{14,5298 \cdot 10^{-3}} \end{aligned}$$

A probléma szempontjából értelmezhető megoldás

$$x_{\max} = \frac{0,6191 + 0,66435}{14,5298 \cdot 10^{-3}} = 88,33 \text{ m} \quad 4 \text{ pont}$$

(Természetesen teljes értékű megoldásnak számít, ha a kinematikai összefüggések helyes felírását követően a versenyző kiszámítja a mozgás időtartamának hosszát, azaz megoldja a

$$-h = v \cdot \sin\alpha \cdot t_{\text{mozgás}} - \frac{g}{2} \cdot t_{\text{mozgás}}^2$$

másodfokú egyenletet. Ennek gyökei:

$$t_{mozgás} = \frac{v \cdot \sin \alpha \pm \sqrt{v^2 \cdot \sin^2 \alpha + 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot h}}{2 \cdot \frac{g}{2}} = \frac{16,083 \pm \sqrt{258,67 + 39,24}}{9,81} s$$

$$t_{mozgás} = \frac{16,083 \pm 17,26}{9,81} s$$

A probléma szempontjából értelmezhető megoldás

$$t_{mozgás} = \frac{16,083 + 17,26}{9,81} s = 3,40 s$$

Ezt visszaírva az első egyenletbe.

$$x_{max} = v \cdot \cos \alpha \cdot t_{mozgás} = 88,3 m$$

ugyanúgy, mint az előbb ismertetett megoldásban.)

Láthatóan eredményünk elég jelentősen eltér a valóságos folyamat kimenetelétől, a „pontoszerű test ideális körülmények között” modell nem túl jó.

A (relatív) hiba nagysága:

$$\delta x = \frac{|x_{max} - x_{mért}|}{x_{mért}} \cdot 100 \% = \frac{|88,33 m - 92,97 m|}{92,97 m} \approx 5 \%$$

3 pont

$\Sigma = 20$ pont

12. évfolyam, 2. feladat

12/2.

a) A tápegység maximális egyenárama:

$$P_t = U_t \cdot I_t \rightarrow I_t = \frac{P_t}{U_t} = \frac{400 \text{ W}}{12 \text{ V}} \approx 33,3 \text{ A}$$

4 pont

A tápegység egy transzformátort is tartalmaz, melynek primer köre által a hálózathoz felvett teljesítmény meg kell, hogy egyezzen a szekunder körben, egyenirányítás után leadott teljesítménnyel, ha a veszteségeket (tápegység melegedése) elhanyagoljuk. Ezért a tápegység által a hálózathoz felvett effektív áramerősség maximális egyenáram leadása esetén:

$$P_{\text{hálózat}} = P_t \rightarrow U_{h,eff} \cdot I_{h,eff} = P_t \rightarrow I_{h,eff} = \frac{P_t}{U_{h,eff}} = \frac{400 \text{ W}}{230 \text{ V}} \approx 1,74 \text{ A}$$

6 pont

b) A számítógépek összteljesítménye monitorokkal együtt:

$$P_{\text{össz}} = 20 \cdot (P_t + P_m) = 20 \cdot (400 \text{ W} + 50 \text{ W}) = 9000 \text{ W} = 9 \text{ kW}$$

3 pont

Egy 16 A-es biztosítékkal védett vezetékpáron maximálisan leadható teljesítmény:

$$P_1 = U_h \cdot I_{\text{max}} = 230 \text{ V} \cdot 16 \text{ A} = 3680 \text{ W} = 3,68 \text{ kW}$$

4 pont

Mivel

$$2 \cdot P_1 < P_{\text{össz}} < 3 \cdot P_1$$

legalább 3 db 16 A-es biztosítékkal védett vezetékpár tudja biztonságosan ellátni a számítógépkabinetet.

3 pont

$\Sigma = 20$ pont

12. évfolyam, 3. feladat

12/3.

a) Ebben az esetben termikus egyensúly akkor alakul ki, amikor időegység alatt a levegő által a szabad vízfelszínen keresztül a víznek átadott hő megegyezik a medence felületéről elpárolgott folyadékreszcscék által „elvitt” energiával, a párolgás által elvont hővel. Azaz matematikai alakban kifejezve:

$$\begin{aligned}\frac{Q}{\Delta t} &= L_p \cdot N \cdot A \\ \alpha \cdot (T_l - T_v) \cdot A &= N \cdot L_p \cdot A \\ T_v &= T_l - \frac{N \cdot L_p}{\alpha} \\ T_v &= 35^\circ\text{C} - \frac{0,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{h}} \cdot 2257 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{62,7 \frac{\text{kJ}}{\text{h} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2}} \\ T_v &= 35^\circ\text{C} - 8,9992^\circ\text{C} \approx 26^\circ\text{C}\end{aligned}$$

8 pont

Tehát a medence vize éppen fel tud melegedni 26 °C-ra.

2 pont

b) Először határozzuk meg azt a felvett hőmennyiséget/energiát, ami a $\Delta T = (26 - 21)^\circ\text{C} = 5^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletnövekedéshez szükséges.

$$\begin{aligned}Q_{fel} &= c \cdot m \cdot \Delta T = c \cdot \rho \cdot A \cdot d \cdot \Delta T \\ Q &= 4183 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 5^\circ\text{C} = 2\,091\,500 \text{ J} \\ Q_{fel} &= 2091,5 \text{ kJ}\end{aligned}$$

4 pont

A hőátadás sebessége a folyamat végén, $T_v = 26^\circ\text{C}$ esetén:

$$\frac{Q_{le}}{\Delta t} = \alpha \cdot (T_l - T_v) \cdot A = 62,7 \frac{\text{kJ}}{\text{h} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^2} \cdot (35^\circ\text{C} - 26^\circ\text{C}) \cdot 1 \text{ m}^2 = 564,3 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}$$

4 pont

Ezzel a hőátadási sebességgel számolva a felmelegedéshez szükséges idő:

$$\begin{aligned}\frac{Q_{le}}{\Delta t} \cdot t_m &= Q_{fel} \\ t_m &= \frac{Q_{fel}}{\frac{Q_{le}}{\Delta t}} = \frac{2091,5 \text{ kJ}}{564,3 \frac{\text{kJ}}{\text{h}}} = 3,71 \text{ h}\end{aligned}$$

2 pont

Tehát amennyiben pesszimista becslést végzünk, vagyis a hőátadás sebességét a teljes folyamatban egyenlőnek vesszük a melegedés végét jellemző hőmérsékleten érvényes értékkel, akkor azt kapjuk, hogy 3,71 óra alatt melegszik fel a medence vize a kívánt hőmérsékletre. Ebből következik, hogy a valóságban a felmelegedéshez biztosan rövidebb idő kell, mint 3 óra és 43 perc.

$\Sigma = 20$ pont

12. évfolyam, 4. feladat

12/4.

a) Jelöljük a mérőtekerces menetszámát N -nel! Mialatt a tekercspár áramát ellentétes irányúra változtatják, mágneses mezejének B nagyságú indukcióvektora is ellenkező irányúra fordul, ezért a mérőtekerces egy menetének felületén áthaladó fluxus megváltozása

$$\Delta\Phi = 2 \cdot B \cdot A_{\text{menet}} = 2 \cdot B \cdot a \cdot b$$

1 pont

ahol a és b egy téglalap alakú menet oldalhosszúságai. A fluxusváltozás következtében indukálódó feszültség az R ellenállású mérőtekercesen keresztül áramot hajt, azaz mérhető Q töltésmennyiség halad át a fluxusváltozás Δt időtartama alatt a mérőtekerceset alkotó rézhuzal keresztmetszetén.

Faraday és Kirchhoff törvényét alkalmazva:

$$N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = I \cdot R_{\text{mérőtekerces}} \rightarrow N \cdot \frac{2 \cdot B \cdot a \cdot b}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} \cdot R_{\text{mérőtekerces}}$$

azaz

$$B = \frac{Q}{2 \cdot N \cdot a \cdot b} \cdot R_{\text{mérőtekerces}}$$

3 pont

A mérőtekerces ellenállásának meghatározásánál vegyük figyelembe, hogy egy-egy menet $2 \cdot (a + b)$ hosszúságú, és a huzal kör keresztmetszetű. Így

$$R_{\text{mérőtekerces}} = \rho \cdot \frac{l_{\text{huzal}}}{A_{\text{huzal}}} = \rho \cdot \frac{N \cdot 2 \cdot (a + b)}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi}$$

2 pont

Beírva az ellenállás kifejezését az indukció nagyságát megadó formulába:

$$B = \frac{Q}{2 \cdot N \cdot a \cdot b} \cdot \rho \cdot \frac{N \cdot 2 \cdot (a + b)}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi} = \frac{Q \cdot \rho \cdot (a + b)}{a \cdot b \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi}$$

ahonnan

$$B = \frac{Q \cdot \rho \cdot (a + b)}{a \cdot b \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi} = \frac{6 \cdot 10^{-5} \text{ As} \cdot 0,0175 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 0,06 \text{ m}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot (0,25)^2 \cdot \pi \text{ mm}^2}$$

$$B \approx 6,417 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} (\text{T})$$

1 pont

(Megjegyzés: Az áramerősség egyenletes változtatására nincs szükség, a folyamat közben átfolyt töltésmennyiség nagysága csak a fluxusváltozás nagyságától függ.)

b) Tegyük fel, hogy a katódsugár valóban m tömegű, q töltésű részecskékből áll, melyek v sebességgel lépnek be a kondenzátor elektromos mezejébe! Először a mágneses mező nincs jelen, a gravitációs mező hatása pedig elhanyagolható. A homogén elektromos mező térerőssége a kondenzátorlemezekre kapcsolt feszültségből kapható:

$$E = \frac{U_{AB}}{d} \left(= \frac{250 \text{ V}}{0,015 \text{ m}} \approx 1,67 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

1 pont

A mezőbe lépett részecskére a térerősséggel párhuzamos erő hat, ilyen irányú lesz a gyorsulása is:

$$a = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{q \cdot U_{AB}}{m \cdot d}$$

1 pont

Ha a térerősséggel párhuzamos és arra merőleges irányú tengelyekkel rendelkező koordináta-rendszert választunk a kezdősebesség irányába mutató x tengellyel és a térerősségvektorral ellentétes irányba mutató y tengellyel, akkor a t ideig az elektromos mezőben mozgó részecske sebességkomponensei:

$$\left. \begin{aligned} v_x &= v = \text{állandó} \\ v_y &= a \cdot t = \frac{q \cdot U_{AB}}{m \cdot d} \cdot t \end{aligned} \right\}$$

1 pont

Az elektromos mezőben addig tartózkodik a részecske, míg x irányban megteszi a kondenzátor lemezei hosszának megfelelő távolságot:

$$\Delta t = \frac{l}{v_x} = \frac{l}{v}$$

A mezőből történő kilépés pillanatában sebességének y komponense ezért

$$v_y = \frac{q \cdot U_{AB}}{m \cdot d} \cdot \frac{l}{v}$$

Az eltérülés szögét a részecske pályájához a kilépés pontjában húzott érintő x tengellyel bezárt szöge adja meg, azaz a részecske sebességvektora és sebességének vízszintes komponense által bezárt szög. A sebességvektor komponenseinek segítségével ez a szög kifejezhető:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{q \cdot U_{AB}}{m \cdot d} \cdot \frac{l}{v^2}$$

(Megjegyzés: a kis eltérülési szög miatt a szög radiánban kifejezett értékére igaz, hogy

$$\alpha_{\text{rad}} \approx \frac{v_y}{v_x} = \frac{q \cdot U_{AB}}{m \cdot d} \cdot \frac{l}{v^2}$$

Az ilyen megoldást is helyesnek fogadjuk el.)

Amikor a mágneses mező alkalmazásával elérjük, hogy a katódsugár ne térüljön el, akkor a jelenséget úgy modellezhetjük, hogy a töltött részecskék a rájuk ható elektromos és mágneses Lorentz-erő együttes hatása alatt egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek. Ez csak akkor lehetséges, ha a két erő egyforma nagyságú és ellentétes irányú. (Az ellentétes irány – az eltérítő kondenzátorra kapcsolt feszültség polaritásától függően – a mágneses mezőt létrehozó tekercsek megfelelő áramirányának megválasztásával biztosítható.)

$$q \cdot v \cdot B = q \cdot E \rightarrow v \cdot B = \frac{U_{AB}}{d}$$

Innen a részecskék sebességét kifejezve beírhatjuk a szögeltérésre kapott összefüggésbe:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{q \cdot U_{AB}}{m \cdot d} \cdot \frac{d^2 \cdot l \cdot B^2}{U_{AB}^2} = \frac{q}{m} \cdot \frac{d \cdot l \cdot B^2}{U_{AB}}$$

Átrendezés után megkaphatjuk a keresett hányadost:

$$\frac{m}{q} = \frac{d \cdot l \cdot B^2}{U_{AB} \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{0,015 \text{ m} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot \left(6,417 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}\right)^2}{250 \text{ V} \cdot \operatorname{tg} 5,73^\circ} \approx 1,23 \cdot 10^{-11} \frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

(Megjegyzés: A megadott

$$\frac{q}{m} = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

értékből könnyen kiszámítható, hogy a pontosabb érték

$$\frac{m}{q} = 0,5685 \cdot 10^{-11} \frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

lenne, azaz Thomson mérése valójában elég nagy hibával rendelkezett. A mérés során a legjelentősebb hibaforrást – ahogy azt Thomson maga is megjelölte – az jelentette, hogy a tekercspár által létrehozott mágneses mező nem korlátozódik kizárólag a kondenzátorlemezek közötti térrészre.)

c) A katódsugárzást alkotó elektronok gyorsítás során megszerzett sebessége megegyezik a kondenzátorlemezek közé történő belépés pillanatában meglévő sebességgel, azaz a fentiekből következően:

$$q \cdot v \cdot B = q \cdot E \rightarrow v = \frac{U_{AB}}{B \cdot d} \approx 2,597 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Az elektronok a katódból gyakorlatilag zérus kezdősebességgel lépnek ki, az anódig elért sebességüket a munkatétel alapján tudjuk kiszámítani:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = q \cdot U_{\text{gyorsító}}$$

ahonnan

$$U_{gyorsító} = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot q} = \frac{v^2}{2 \cdot \frac{q}{m}} \approx 1917,5 \text{ V}$$

3 pont

azaz a gyorsítófeszültség közelítőleg 1920 V nagyságú lehetett Thomson kísérletében.

$\Sigma = 20$ pont