

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2023. október 26. 14.00-17.00

Megoldókulcs – 9. évfolyam

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen a megadottaktól eltérő helyes megoldásokat is el kell fogadni. Ilyen esetekben a megfelelő arányos pontozást a szaktanárookra bizzuk.

9. évfolyam, 1. feladat

9/1.

a)

A villámlás fénye „azonnal” a szemünkbe érkezik, ugyanis a fény terjedési sebessége olyan nagy, hogy az előforduló távolságokat elhanyagolhatóan rövid idő alatt teszi meg.

(Például 100 km-es távolságból is már

$$\Delta t = \frac{100 \text{ km}}{300000 \frac{\text{km}}{\text{s}}} = \frac{1}{3} \text{ ms}$$

alatt eljutna a szemünkbe a fény.)

Ezért a villámfény meglátásától a dörgés hangjának észleléséig eltelt időből kikövetkeztethetjük a villámlás helyének tőlünk mért távolságát. Ezek a távolságok rendre a következők:

$$t_1 = 23:04\text{-kor}$$

$$s_1 = v_{\text{hang}} \cdot \Delta t_1 = \frac{1}{3} \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s} = 20 \text{ km}$$

$$t_2 = 23:10\text{-kor}$$

$$s_2 = v_{\text{hang}} \cdot \Delta t_2 = \frac{1}{3} \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot 54 \text{ s} = 18 \text{ km}$$

Mivel a két észlelés között

$$t_2 - t_1 = 6 \text{ min}$$

telt el, és ezalatt

$$s_1 - s_2 = 2 \text{ km}$$

távolsággal került közelebb a felhő középpontja, így az állandó alakúnak feltételezett felhő közeledési sebessége

$$v_{\text{felhő}} = \frac{s_1 - s_2}{t_2 - t_1} = \frac{2 \text{ km}}{6 \text{ min}} = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

A felhő „menetirányba” eső, elülső szélének a város peremétől mért távolsága 23:10-kor

$$x_2 = s_2 - \frac{d_f}{2} - \frac{d_v}{2}$$

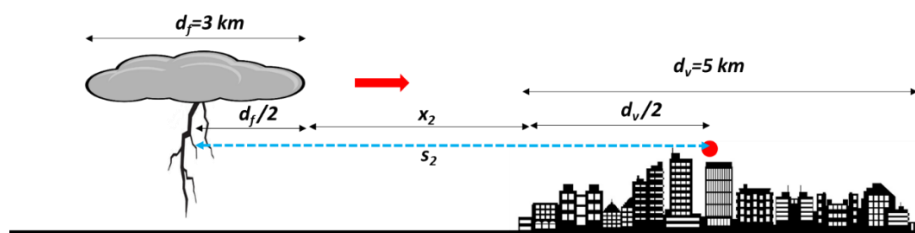
ahol d_f , illetve d_v a felhő és a város átmérője (a haladási irányban mérve).

**A felismerés
megfogal-
mazásáért:
1 pont**

2+2 pont

3 pont

2 pont



$$x_2 = s_2 - \frac{d_f}{2} - \frac{d_v}{2} = 18 \text{ km} - 1,5 \text{ km} - 2,5 \text{ km} = 14 \text{ km}$$

1 pont

Ezt a távolságot a felhő

$$\Delta t_{\text{érkezés}} = \frac{x_2}{v_{\text{felhő}}} = \frac{14 \text{ km}}{20 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0,7 \text{ h} = 42 \text{ min}$$

1 pont

alatt teszi meg. Ebből következően a zivatar városba érkezésének időpontja:

$$t_{\text{érkezés}} = t_2 + \Delta t_{\text{érkezés}} = 23 \text{ h } 10 \text{ min} + 42 \text{ min} = 23 \text{ h } 52 \text{ min}$$

Eszerint a zivatar még éjfél előtt eléri a várost.

1 pont

Σ :13 pont

b)

Az állandó méretűnek – és állandó sebességűnek – feltételezett felhő akkor hagyja el a várost, ha a belépés („megérkezés”) pontjától mérve

$$L = d_v + d_f = 8 \text{ km}$$

3 pont

távolságot tesz meg. Ehhez

$$\Delta t_{\text{áthaladás}} = \frac{L}{v_{\text{felhő}}} = \frac{8 \text{ km}}{20 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0,4 \text{ h} = 24 \text{ min}$$

2 pont

időre van szüksége. A távozás időpontja:

$$t_{\text{távozás}} = t_{\text{érkezés}} + \Delta t_{\text{áthaladás}} = 23 \text{ h } 52 \text{ min} + 24 \text{ min} = 24 \text{ h } 16 \text{ min}$$

1 pont

Eszerint a zivatar 16 perccel éjfél után hagyja el a várost, vagyis csak holnap, a következő naptári napon távozik.

1 pont

Σ :7 pont

Összesen: 20 pont

9. évfolyam, 2. feladat

9/2.

a)

Az úszás feltétele, hogy az úszóra ható felhajtóerő egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú legyen az úszóra ható nehézségi erő és az ólomnehezékek súlyának összegével. (Kihasználjuk, hogy az ólomgolyók térfogata, valamint a horog és a horgászszinór tömege elhanyagolható.)

Jelölje az úszó térfogatát V ! Akkor az egyensúly feltétele:

$$\rho_{\text{víz}} \cdot \frac{2}{3} \cdot V \cdot g = m_{\text{úszó}} \cdot g + M_{\text{ólom}} \cdot g$$

ahol

$$m_{\text{úszó}} = \rho_{\text{balsa}} \cdot V$$

és

$$V = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot l = \left(\frac{1 \text{ cm}}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot 10 \text{ cm} = 7,854 \text{ cm}^3 = 7,854 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Eszerint az úszó tömege:

$$m_{\text{úszó}} = \rho_{\text{balsa}} \cdot V = 140 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 7,854 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 1,1 \text{ g}$$

(Természetesen a g/cm^3 mértékegységben történő számolás is helyes lehet.)

Az úszás feltételéből kifejezhető a keresett tömeg:

$$\rho_{\text{víz}} \cdot \frac{2}{3} \cdot V = m_{\text{úszó}} + M_{\text{ólom}} \rightarrow M_{\text{ólom}} = \rho_{\text{víz}} \cdot \frac{2}{3} \cdot V - m_{\text{úszó}}$$

Azaz a damilra akasztandó ólomgolyók össztömege:

$$M_{\text{ólom}} = V \cdot \left(\rho_{\text{víz}} \cdot \frac{2}{3} - \rho_{\text{balsa}}\right) = 4,136 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 4,136 \text{ g}$$

Tehát körülbelül 4 g tömegű ólomgolyót kell a horgászszinóra rögzíteni.

b)

Határesetben az úszó felső „hegye” éppen a víz felszínével egy vonalban van, azaz éppen a teljes V térfogata bemerül.

Ekkor is felírjuk az úszásra az egyensúly feltételét:

$$\rho_{\text{víz}} \cdot V \cdot g = m_{\text{úszó}} \cdot g + M_{\text{ólom}} \cdot g + N \cdot m_{\text{kukorica}} \cdot g$$

ahol N a kukoricaszemek száma, m_{kukorica} pedig egy kukoricaszem tömege.

Kifejezve az egyenletből a keresett mennyiséget, kapjuk, hogy

$$N = \frac{\rho_{\text{víz}} \cdot V - m_{\text{úszó}} - M_{\text{ólom}}}{m_{\text{kukorica}}} = \frac{1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 7,854 \text{ cm}^3 - 1,1 \text{ g} - 4,136 \text{ g}}{0,8 \text{ g}} = 3,27$$

A kukoricaszemek száma csak természetes szám lehet, ezért a horogra maximálisan

$$N_{\text{max}} = 3$$

szem kukoricát tűzhetünk, ekkor az úszó hegye kicsivel még a vízfelszín felett is lesz.

1 pont
(Elegendő, ha a felírt egyenletekből kiderül.)

3 pont

1 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Σ : 10 pont

1 pont

3 pont

4 pont

2 pont

Σ : 10 pont

Összesen: 20 pont

9. évfolyam, 3. feladat

9/3.

a)

Mindössze a mAh -ban megadott töltést kell *coulomb*-ban kifejeznünk:

$$Q = 3700 \text{ mAh} = 3,7 \text{ Ah} = 3,7 \text{ A} \cdot 3600 \text{ s} = 13320 \text{ C}$$

2+1=3 pont

Σ :3 pont

b)

A feladatot érdemes úgy megoldani, hogy minden egyes fogyasztó fogyasztását külön-külön meghatározzuk.

A készenlét fogyasztása:

$$I_{\text{készenlét}} = 173 \text{ mA}$$

A wifi fogyasztása önmagában:

$$I_{\text{wifi}} = \frac{Q}{t_w} = \frac{3700 \text{ mAh}}{18,5 \text{ h}} = 200 \text{ mA}$$

2 pont

A teljes fogyasztás videónézés közben:

$$I_{\text{videó, teljes}} = I_{\text{készenlét}} + I_{\text{applikáció}} + I_{\text{kijelző}} = \frac{3700 \text{ mAh}}{9,25 \text{ h}} = 400 \text{ mA}$$

2 pont

(Ebből a videó applikáció és a kijelző fogyasztása:

$$I_{\text{videó}} = I_{\text{videó, teljes}} - I_{\text{készenlét}} = 400 \text{ mA} - 173 \text{ mA} = 227 \text{ mA})$$

1 pont

A kérdésnek megfelelő esetben a teljes fogyasztás:

$$I_a = I_{\text{videó, teljes}} + I_{\text{wifi}} = I_{\text{készenlét}} + I_{\text{applikáció}} + I_{\text{kijelző}} + I_{\text{wifi}}$$

$$I_a = 400 \text{ mA} + 200 \text{ mA} = 600 \text{ mA}$$

4 pont

Tehát az időtartam, amíg videót nézhetünk (ill. mialatt a kezdetben feltöltött akkumulátor teljesen lemerül):

$$t_{\text{videó teljes, wifi}} = \frac{3700 \text{ mAh}}{600 \text{ mA}} = 6,166 \text{ h} = 6 \text{ óra és } 10 \text{ perc}$$

4 pont

(Természetesen a coulomb-ban kifejezett töltéssel is elvégezhető a számolás:

$$t_{\text{videó teljes, wifi}} = \frac{13320 \text{ C}}{0,6 \text{ A}} = 22200 \text{ s} = 6,166 \text{ h} = 6 \text{ óra és } 10 \text{ perc}$$

ugyanúgy, mint az előbb.)

A film első két részének hossza:

$$t_1 + t_2 = 3 \text{ óra és } 12 \text{ perc} + 3 \text{ óra és } 26 \text{ perc} = 6 \text{ óra és } 36 \text{ perc}$$

1 pont

Stáblistával együtt tehát csak az első részt tudjuk végignézni, a második rész utolsó 26 percéről már lemaradunk (a harmadik részről nem is beszélve).

1 pont

Ha az első két részből elhagyjuk a stáblistát, azaz az utolsó 15 percet, akkor két részt megnézhetünk, mivel

$$t_1 + t_2 - 2 \cdot 15 \text{ perc} = 6 \text{ óra és } 6 \text{ perc} < 6 \text{ óra és } 10 \text{ perc}$$

2 pont

Σ :17 pont

Összesen: 20 pont

9. évfolyam, 4. feladat

9/4.

a)

A hasáb tömege

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot a \cdot b \cdot h$$

2 pont

ahol $a=40$ cm és $b=20$ cm az alapélek hossza.

Az alaplappal alatti kialakuló nyomás:

$$p = \frac{G}{A} = \frac{m \cdot g}{a \cdot b} = \frac{\rho \cdot a \cdot b \cdot h \cdot g}{a \cdot b}$$

2 pont

ahonnan

$$p = \rho \cdot h \cdot g$$

1 pont

Ezért a hasáb oldalélének hossza

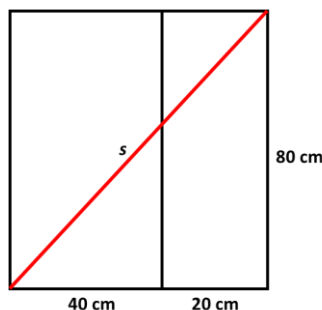
$$h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{21600 \text{ Pa}}{2700 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ N/kg}} = 0,8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

1 pont

Σ : 6 pont

b)

A hasáb palástját kiterítve belátható, hogy a legrövidebb út az $a+b$ és h oldalú téglalap átlója (illetve az $a+b$ és h befogókkal rendelkező derékszögű háromszög átfogója) mentén vezet A-ból B-be, ugyanis a fedőlap felhajításával kapható, a és $h+b$ oldalú derékszögű háromszög átfogója hosszabb, mint az $a+b$ és h befogókkal rendelkező derékszögű háromszöge.



(Ha nem vizsgálja a két lehetőséget, 4 pont, ha a hosszabb utat választja, 2 pont adható.)

6 pont

Ezért Pitagorasz tételét felhasználva

$$s = \sqrt{(a+b)^2 + h^2} = \sqrt{(20+40)^2 + 80^2} = 100 \text{ cm}$$

4 pont

Ennek a távolságnak a megtételéhez a katicának

$$t = \frac{s}{v} = \frac{100 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm/s}} = 200 \text{ s}$$

hosszúságú időtartamra van szüksége.

3+1=4 pont

Σ : 14 pont

Összesen: 20 pont

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2023. október 26. 14.00-17.00

Megoldókulcs – 10. évfolyam

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen a megadottaktól eltérő helyes megoldásokat is el kell fogadni. Ilyen esetekben a megfelelő arányos pontozást a szaktanárookra bízunk.

10. évfolyam, 1. feladat

10/1.

a)

A tényleges utazással töltött idő – eltekintve a gyorsulástól, lassulástól – feltételezve, hogy 50 km/h nagyságú sebességgel mozog a troli két megálló között:

$$\Delta t_{\text{mozgás}} = \frac{d}{v} = \frac{4 \text{ km}}{50 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0,08 \text{ h} = 4,8 \text{ min} \quad 3 \text{ pont}$$

Így átlagos utasszám esetén az utasok le- és felszállásával eltöltött idő:

$$\Delta t_{\text{felszállás},1} = \Delta t_{\text{menet},1} - \Delta t_{\text{mozgás}} = 10 \text{ min} - 4,8 \text{ min} = 5,2 \text{ min} \quad 2 \text{ pont}$$

A járatkimaradás miatt a következő járat 6:53-kor indul. 1 pont

A megnövekedett fel-, illetve leszálló utas-szám miatt a megállókban töltött idő is megnövekszik, az utasok számával arányosan, azaz

$$\Delta t_{\text{felszállás},2} = 2 \cdot \Delta t_{\text{felszállás},1} = 2 \cdot 5,2 \text{ min} = 10,4 \text{ min} \quad 2 \text{ pont}$$

Mivel a tényleges utazással töltött idő független a megállókban eltöltött időtől, a mozgás időtartama továbbra is 4,8 perc marad. 1 pont

Így a teljes menetidő a kimaradt járatot követő, 6:53-kor induló trolibusz esetében

$$\Delta t_{\text{menet},2} = \Delta t_{\text{felszállás},2} + \Delta t_{\text{mozgás}} = 10,4 \text{ min} + 4,8 \text{ min} = 15,2 \text{ min} \\ \Delta t_{\text{menet},2} \approx 15 \text{ min} \quad 2 \text{ pont}$$

Eszerint a 6:53-kor induló járat a Széchenyi térre

$$t_{\text{érkezés}} = 6 \text{ h } 53 \text{ min} + 15,2 \text{ min} = 7 \text{ h } 8 \text{ min } 12 \text{ s} \approx 7 \text{ h } 8 \text{ min}$$

7 óra 8 perckor (más formátumban: 7:08-kor) érkezik, így nem érjük el a 7:05-kor induló járatot. 2 pont

Σ :13 pont

b)

Átlagos utasszám esetén az átlagsebesség:

$$v_{\text{átlag},1} = \frac{d}{\Delta t_{\text{menet},1}} = \frac{4000 \text{ m}}{10 \cdot 60 \text{ s}} = 6,666 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 24 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad 3 \text{ pont}$$

Megnövekedett utasforgalom esetén:

$$v_{\text{átlag},2} = \frac{d}{\Delta t_{\text{menet},2}} = \frac{4000 \text{ m}}{15,2 \cdot 60 \text{ s}} = 4,386 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15,789 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad 2 \text{ pont}$$

Ezek alapján

$$\frac{|\Delta v_{\text{átlag}}|}{v_{\text{átlag},1}} \cdot 100 \% = \frac{v_{\text{átlag},1} - v_{\text{átlag},2}}{v_{\text{átlag},1}} \cdot 100 \% = 34,2 \%$$

azaz kb. 34 %-kal csökkent az átlagsebesség 2 pont

Σ :7 pont

Összesen: 20 pont

10. évfolyam, 2. feladat

10/2.

a)

Egy vezeték ellenállása egyenesen arányos a hosszával, és fordítottan arányos a keresztmetszetével.

2 pont

Mivel tudjuk, hogy 1 méter hosszúságú, 1 mm² keresztmetszetű alumíniumhuzal ellenállása 0,03 Ω, így 1 méter hosszúságú, 2,5 mm² keresztmetszetű alumíniumhuzal ellenállása

$$\frac{1 \text{ mm}^2}{2,5 \text{ mm}^2} \cdot 0,03 \Omega = 0,012 \Omega$$

2 pont

A két vezeték együttes ellenállása 0,4 Ω, így a két vezeték hossza

$$l = \frac{0,4 \Omega}{0,012 \Omega} = 33,33 \text{ m} \approx 33 \text{ m}$$

azaz a tetőtéri szoba hálózatba kötéséhez körülbelül 33 méter alumíniumhuzalt használtak fel.

1 pont

Σ:5 pont

b)

Az izzólámpa – állandónak tekintett – ellenállása

$$P_{\text{izzó}} = \frac{U_{\text{hálózat}}^2}{R_{\text{izzó}}} \rightarrow R_{\text{izzó}} = \frac{U_{\text{hálózat}}^2}{P_{\text{izzó}}} = \frac{(230 \text{ V})^2}{100 \text{ W}} = 529 \Omega$$

2 pont

Mivel a szobához vezető vezetékek és az izzó sorosan vannak kötve, rajtuk ugyanakkora áram halad át:

$$I_1 = \frac{U_{\text{hálózat}}}{R_{\text{vezeték}} + R_{\text{izzó}}} \approx 0,4345 \text{ A}$$

2 pont

Az izzólámpára eső feszültség:

$$U_{1,\text{izzó}} = I_1 \cdot R_{\text{izzó}} = \frac{U_{\text{hálózat}}}{R_{\text{vezeték}} + R_{\text{izzó}}} \cdot R_{\text{izzó}} \approx 0,4345 \text{ A} \cdot 529 \Omega = 229,8 \text{ V}$$

2 pont

Így az izzólámpa teljesítménye

$$P_{1,\text{izzó}} = U_{1,\text{izzó}} \cdot I_1 \approx 229,8 \text{ V} \cdot 0,4345 \text{ A} = 99,86 \text{ W}$$

2 pont

azaz

$$x = \frac{P_{1,\text{izzó}}}{P_{\text{izzó}}} \cdot 100 \% \approx \frac{99,86 \text{ W}}{100 \text{ W}} \cdot 100 \% = 99,86 \% \approx 99,9 \%$$

2 pont

vagyis névleges teljesítményének 99,9 %-át adja le az izzó.

Σ:10 pont

c)

Mivel az áramerősség nem haladhatja meg a biztosíték által korlátozott értéket, így

$$I_{\text{max}} = 16 \text{ A}$$

Ennél az áramerősségnél a vezetékekre eső feszültség

$$U_{\text{vezeték,max}} = I_{\text{max}} \cdot R_{\text{vezeték}} = 16 \text{ A} \cdot 0,4 \Omega = 6,4 \text{ V}$$

1 pont

Így a szobában lévő elektromos berendezésre eső feszültség legfeljebb

$$U_{\text{berendezés,max}} = U_{\text{hálózat}} - U_{\text{vezeték,max}} = 223,6 \text{ V}$$

2 pont

nagyságú lehet.

Ha egy elektromos berendezést csatlakoztatunk a szobában lévő konnektorra, akkor az legfeljebb

$$P_{\text{berendezés,max}} = U_{\text{berendezés,max}} \cdot I_{\text{max}} = 223,6 \text{ V} \cdot 16 \text{ A} = 3577,6 \text{ W}$$

2 pont

azaz körülbelül 3578 W teljesítményt szolgáltathat.

Σ:5 pont

Összesen: 20 pont

10. évfolyam, 3. feladat

10/3.

Amennyiben a rakomány még éppen rajta marad a kocsin, relatív (kocsihoz viszonyított) sebessége akkor csökken zérusra, amikor a kocsi rakfelületének ahhoz a pontjához érkezik, amelyben a felületre lépett a sínről történő lecsúszást követően. A rakomány relatív sebessége tehát az oda-vissza csúszásának végén, $2 \cdot L$ út megtételét követően zérusra csökken, ekkor a talajhoz rögzített vonatkoztatási rendszerhez viszonyított sebessége megegyezik a kocsi sebességével.

Felfoghatjuk a rakomány és a kocsi kölcsönhatását egy rugalmatlan ütközésként, amiben a közös sebesség felvételéig a kettjük között fellépő súrlódás miatt mechanikai energiavesztés lép fel.

A csúsztatósínról a rakomány olyan sebességgel érkezik a kocsira, melyet a mechanikai energia megmaradásából (a helyzeti energia nullszintjének a sín alsó pontját tartalmazó vízszintes síkot választva) kaphatunk:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{max}^2 = m \cdot g \cdot H_{max} \rightarrow v_{max} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{max}}$$

Miután a rakomány a kocsi felületére csúszik, már csak belső erők hatnak (pontosabban a külső erők eredője zérus), a lendületösszeg megmarad. Ha a rakomány nem esik le a kocsi felületéről, akkor végállapotban a talajhoz rögzített vonatkoztatási rendszerhez viszonyított sebességük meg kell, hogy egyezzen:

$$m \cdot v_{max} = (m + M) \cdot v_{közös}$$

A rendszer mechanikai energiavesztése abban a folyamatban, ami a rakomány kocsira csúszásának kezdetétől a közös sebesség kialakulásáig tart, egyenlő a disszipatív erők munkájával. A súrlódási erő munkáját a rakománynak a kocsihoz viszonyított relatív elmozdulásával számolhatjuk, figyelembe véve, hogy a súrlódási erő mindvégig a relatív sebességgel szemben irányul:

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot v_{közös}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{max}^2 = -\mu \cdot m \cdot g \cdot 2 \cdot L$$

(Más indoklással is el lehet jutni ehhez az egyenlethez: a munkatétel értelmében a mozgási energia megváltozását esetünkben a belső erők azaz a súrlódási erők – munkája okozza.)

Innen

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{m^2 \cdot v_{max}^2}{m + M} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{max}^2 = -\mu \cdot m \cdot g \cdot 2 \cdot L$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{max}^2 \cdot \left(1 - \frac{m}{m + M}\right) = \mu \cdot m \cdot g \cdot 2 \cdot L$$

$$m \cdot g \cdot H_{max} \cdot \frac{M}{m + M} = \mu \cdot m \cdot g \cdot 2 \cdot L$$

azaz

$$H_{max} = 2 \cdot \mu \cdot L \cdot \left(1 + \frac{m}{M}\right) = 2 \cdot 0,25 \cdot 3 \text{ m} \cdot \left(1 + \frac{20 \text{ kg}}{100 \text{ kg}}\right) = 1,8 \text{ m}$$

Tehát a rakományt legfeljebb 1,8 m-es magasságból lehet a kocsira engedni ahhoz, hogy rajta maradjon a rakfelületen.

1+1 pont
(Elegendő,
ha ezek a
felismerések
a megoldás-
menetből ki-
derülnek.)

3 pont

3 pont

9 pont

2+1 pont

Σ : 20 pont

Összesen: 20 pont

10. évfolyam, 4. feladat

10/4.

a)

Mivel a sűrűdés elhanyagolható, a henger csak akkor lehet egyensúlyban, ha a zárt végére kívülről és belülről is ugyanakkora erő hat, ami viszont csak akkor lehetséges, ha a bezárt gáz nyomása egyenlő a külső légnyomással.

2 pont

Ebből viszont az is következik, hogy a rugó nem lehet deformált állapotban, hiszen a sűrűdés nélkül mozgó dugattyú külső és belső felületére is ugyanakkora nyomóerő nehezedik a két oldali egyforma nyomás miatt, így csak akkor maradhat egyensúlyban, ha nem hat rá rugóerő.

1 pont

Amikor a környezeti hőmérséklet csökken, de a légnyomás változatlan marad, akkor a hélium – mivel a falak jó hővezetők – felveszi a környezet hőmérsékletét, tehát lehűl, de nyomása továbbra is meg kell, hogy egyezzen a légnyomással, hiszen az előbbi gondolatmenet továbbra is érvényes marad.

Az állapotegyenletet felírva a kezdő- és a végállapotra:

$$p_{\text{lég}} \cdot V_{\text{kezdeti}} = n \cdot R \cdot T_{\text{kezdeti}}$$

illetve

$$p_{\text{lég}} \cdot V_{\text{végső}} = n \cdot R \cdot T_{\text{végső}}$$

ahol $T_{\text{kezdeti}} = 300 \text{ K}$, $T_{\text{végső}} = 280 \text{ K}$.

Innen

$$\frac{V_{\text{végső}}}{V_{\text{kezdeti}}} = \frac{T_{\text{végső}}}{T_{\text{kezdeti}}} \rightarrow V_{\text{végső}} = \frac{T_{\text{végső}}}{T_{\text{kezdeti}}} \cdot V_{\text{kezdeti}} = 1,4 \text{ dm}^3$$

4 pont

lesz a héliumgáz végső térfogata. (Itt természetesen egyesített gáztörvényt is használhat a versenyző.)

A dugattyúra ható erők eredője továbbra is csak akkor maradhat zérus, ha a rugó nem deformálódik, ezért a dugattyú nem mozdulhat el!

2 pont

A gáz térfogata eszerint csak úgy csökkenhet, ha a henger balra, a fal felé elmozdul

$$\Delta s = \frac{V_{\text{kezdeti}} - V_{\text{végső}}}{A} = \frac{V_{\text{kezdeti}} \cdot \left(1 - \frac{T_{\text{végső}}}{T_{\text{kezdeti}}}\right)}{A} = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

hosszúságú szakaszon.

3 pont

(A nagyon kicsi sűrűdés és a lassú lehűlés figyelembe vételével kvázisztatikusnak tekinthető folyamat egyensúlyi állapothoz vezethet.)

$\Sigma: 12 \text{ pont}$

b)

A folyamatban a belső energia megváltozása:

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot p_{\text{lég}} \cdot V_{\text{végső}} - \frac{f}{2} \cdot p_{\text{lég}} \cdot V_{\text{kezdeti}}$$

ahol $f=3$ a hélium részecskéinek szabadsági fokszáma.

$$\Delta E_b = \frac{3}{2} \cdot p_{\text{lég}} \cdot (V_{\text{végső}} - V_{\text{kezdeti}}) = \frac{3}{2} \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (-0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) = -15 \text{ J}$$

3 pont

azaz a lehűlő gáz belső energiája 15 J-lal csökkent.

A környezet által végzett munka a folyamat során:

$$W_{\text{környezet}} = -p_{\text{lég}} \cdot \Delta V = p_{\text{lég}} \cdot (V_{\text{kezdeti}} - V_{\text{végső}}) = 10^5 \text{ Pa} \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 10 \text{ J}$$

3 pont

A hőtán I. főtétele értelmében

$$\Delta E_b = Q + W_{\text{környezet}}$$

ezért

$$Q = \Delta E_b - W_{\text{környezet}} = -25 \text{ J}$$

tehát hőleadás történt, a gáz 25 J hőmennyiséget adott le a környezetének.

2 pont

$\Sigma: 8 \text{ pont}$

Összesen: 20 pont

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2023. október 26. 14.00-17.00

Megoldókulcs – 11. évfolyam

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen a megadottaktól eltérő helyes megoldásokat is el kell fogadni. Ilyen esetekben a megfelelő arányos pontozást a szaktanárookra bízunk.

11. évfolyam, 1. feladat

11/1.

Minden megállásnál 50 km/h-ról kell lefékezni (0 m/s-ra) 5 m/s² gyorsulással, majd 50 km/h-ra kell felgyorsítani (0 m/s-ról) 3 m/s² gyorsulással. A kereszteződésekénél négy alkalommal fékezés és gyorsítás megy végbe, emellett a munkahelynél el kell indulni, az otthonom előtt pedig le kell fékezni.

Tehát

$$s_{\text{változó}} = 5 \cdot \frac{a_1}{2} \cdot t_f^2 + 5 \cdot \frac{a_2}{2} \cdot t_{gy}^2$$

útszakaszon változik a sebesség, ahol

$$t_f = \frac{v}{a_1} \quad \text{ill.} \quad t_{gy} = \frac{v}{a_2}$$

A legrövidebb autóban töltött időt akkor kapjuk, ha feltételezzük, hogy sehol sem kellett várakozni, azaz a változó és az állandó nagyságú sebességgel történő mozgások összes ideje kiadja a keresett t időtartamot. Az egyenletes mozgással megtett útszakasz hosszát is figyelembe véve ezért a teljes távolságra felírható, hogy

$$s = 5 \cdot \frac{a_1}{2} \cdot t_f^2 + 5 \cdot \frac{a_2}{2} \cdot t_{gy}^2 + v \cdot (t - 5 \cdot t_f - 5 \cdot t_{gy})$$

Azaz

$$s = 5 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot a_1} + 5 \cdot \frac{v^2}{2 \cdot a_2} + v \cdot \left(t - 5 \cdot \frac{v}{a_1} - 5 \cdot \frac{v}{a_2} \right)$$
$$s = \frac{2,5 \cdot v^2}{a_1} + \frac{2,5 \cdot v^2}{a_2} + v \cdot t - 5 \cdot \frac{v^2}{a_1} - 5 \cdot \frac{v^2}{a_2}$$
$$s = v \cdot t - \frac{2,5 \cdot v^2}{a_1} - \frac{2,5 \cdot v^2}{a_2}$$

$$t = \frac{s + \frac{2,5 \cdot v^2}{a_1} + \frac{2,5 \cdot v^2}{a_2}}{v} = \frac{3000 \text{ m} + 2,5 \cdot \frac{50^2}{3,6^2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) \text{ m}}{\frac{50 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}} = 234,5 \text{ s}$$

$$t \approx 3,9 \text{ min}$$

3 pont

(Ha csak a négy alkalommal számol, ezt elveszíti.)

4 pont

2 pont

8 pont

(Természetesen a rész-eredmények kiszámolásával kapott helyes eredményre is jár a teljes pontszám.)

3 pont

Σ : 20 pont

Összesen 20 pont

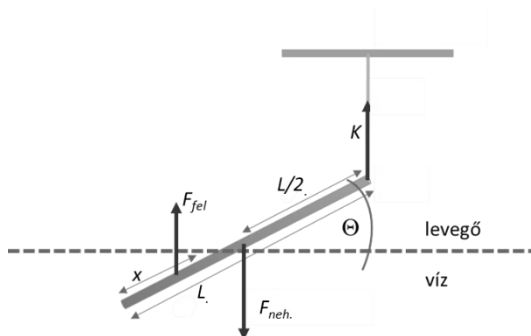
11. évfolyam, 2. feladat

11/2.

A pálcára ható erők berajzolásánál figyelembe kell vennünk, hogy

- a nehézségi erő a test tömegközéppontjában koncentrálható,
- a felhajtóerő koncentrált eredőjének támadáspontja pedig a bemerülő rész tömegközéppontjában van.

Jelöljük a vízbe merülő rész hosszúságát x -szel, a pálca keresztmetszetét pedig A -val!



1+2 pont
(Akkor is jár, ha csak a rajzból, vagy a felírt egyenletekből derül ki az ismeret.)

A pálca egyensúlyának feltétele, hogy a rá ható erők eredője, és ezek tetszőleges pontra vett forgatónyomatékainak előjeles összege zérust adjon.

Az erőkre felírható egyenlet:

$$F_{fel} + K = F_{neh.}$$

ahol a felhajtóerő Arkhimédész törvénye értelmében

$$F_{fel} = \rho_v \cdot A \cdot x \cdot g$$

a nehézségi erő pedig

$$F_{neh.} = m \cdot g = \rho_p \cdot A \cdot L \cdot g = 0,75 \cdot \rho_v \cdot A \cdot L \cdot g$$

Írjuk fel a pálca felfüggesztett végpontjára a forgatónyomatékok összegét!

$$0 = F_{neh.} \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos(\theta) - F_{fel} \cdot \left(L - \frac{x}{2}\right) \cdot \cos(\theta)$$

Beírva a nehézségi erő ($F_{neh.}$) és a felhajtó erő (F_{fel}) kifejezését az egyenletbe:

$$m \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos(\theta) = \rho_v \cdot A \cdot x \cdot g \cdot \left(L - \frac{x}{2}\right) \cdot \cos(\theta)$$

$$0,75 \cdot \rho_v \cdot A \cdot L \cdot g \cdot \frac{L}{2} \cdot \cos(\theta) = \rho_v \cdot A \cdot x \cdot g \cdot \left(L - \frac{x}{2}\right) \cdot \cos(\theta)$$

Egyszerűsítések és összevonás után a következő másodfokú egyenlethez jutunk:

$$4 \cdot x^2 - 8 \cdot L \cdot x + 3 \cdot L^2 = 0$$

Ennek megoldásai:

$$x = \frac{8 \cdot L \pm \sqrt{64 \cdot L^2 - 48 \cdot L^2}}{8} = \frac{8 \cdot L \pm 4 \cdot L}{8} = L \pm \frac{L}{2}$$

azaz

$$x_1 = \frac{L}{2} \quad \text{ill.} \quad x_2 = \frac{3}{2} \cdot L$$

A probléma szempontjából értelmezhető megoldást kiválasztva

$$x = \frac{L}{2}$$

vagyis a rúd a hosszának feléig, $\frac{1}{2}$ -részéig fog belemerülni a vízbe.

1 pont

2 pont

2 pont

2 pont

4 pont

3 pont

3 pont

Σ :20 pont

Összesen 20 pont

11. évfolyam, 3. feladat

11/3.

a)

A helyes sorrend: **B- D-A-C-E**

B -Eratoszthenész: i.e. 276 – i.e. 194

D - Kepler: *Harmonices Mundi* 1619

A - Galilei: *Discorsi* 1632

C - Newton: *Principia* 1687

E - Cavendish: *Royal Society előadás* 1798

2 pont

Σ:2 pont

b)

Ismertnek feltételezhetjük a szabadesés gyorsulásának értékét, valamint a Föld sugarát. (A gravitációs állandó nagyságát, illetve a Föld tömegét később határozta meg Cavendish.)

Amennyiben egy megfelelő sebességgel rendelkező pontszerű test a Föld felszínének közelében, azaz a Föld sugarával gyakorlatilag megegyező sugarú körpályán kering,

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R_F}$$

1 pont

nagyságú, a Föld középpontja felé irányuló gyorsulással rendelkezik. Ezt a gyorsulást a Föld által rá kifejtett gravitációs erő okozza, azaz a II. axióma miatt

$$a_{cp} = \frac{F_{gr}}{m}$$

2 pont

Ha ugyanezt a testet a Föld felszínének közelében kezdősebesség nélkül elengedve magára hagyjuk, ugyanannak a gravitációs erőnek a hatása alatt szabadesést végez.

Ha a szabadesés gyorsulása a Föld felszínének közelében g , akkor eszerint

$$g = \frac{F_{gr}}{m}$$

2 pont

A két felírt egyenletből kaphatjuk, hogy

$$\frac{v^2}{R_F} = g$$

ahonnan

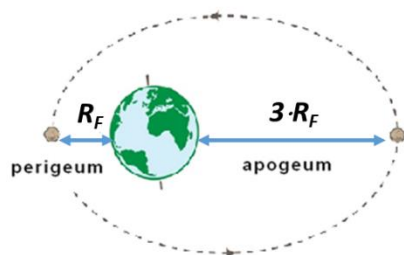
$$v = \sqrt{g \cdot R_F} = \sqrt{9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 6,37 \cdot 10^6 m} \approx 7,9 \cdot 10^3 \frac{m}{s} = 7,9 \frac{km}{s}$$

2 pont

Σ:8 pont

c)

A vizsgált mesterséges hold a Föld tömegközéppontja körül olyan ellipszispályán kering, melynek legközelebb eső pontja



(perigeum) $2 \cdot R_F$, legtávolabbi pontja (apogeu) $4 \cdot R_F$ távolságban van a vonzócentrumtól. Ebből következően a mesterséges hold ellipszispályájának nagytengelye

$$2 \cdot a_m = 2 \cdot R_F + 4 \cdot R_F = 6 \cdot R_F$$

hosszúságú, így a pálya fél nagytengelyének hossza

$$a_m = 3 \cdot R_F$$

2 pont

Kepler harmadik törvénye kimondja, hogy a Nap körül keringő bolygók keringési időinek négyzetei úgy aránylanak egymáshoz, mint ellipszispályáik fél nagytengelyeinek köbei. Tudjuk, hogy a törvény általánosítható, azaz tetszőleges központi gravitációs vonzócentrum körül keringő testek megfelelő pályadataira nézve érvényes, hogy

$$\frac{T^2}{a^3} = konstans$$

2 pont

Keresnünk kell még egy, a Föld körül keringő égitestet, aminek ismerjük pályája fél-nagytengelyének hosszát és periódusidejét. Használjuk fel a b) pontban tanulmányozott, felszín-közelben körpályán keringő testet!

A kör egy olyan ellipszis, melynek nagy tengelye az átmérő, fél nagy tengelye a sugár, azaz a b) pontban tanulmányozott testre nézve

$$a_t = R_F$$

1 pont

A periódusidőt ki tudjuk számítani az egyenletes mozgás miatt a megtett kerület és a pályán haladás sebességének felhasználásával:

$$T_t = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_F}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_F}{\sqrt{g \cdot R_F}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{R_F}{g}} (= 5063,1 \text{ s} \approx 84,39 \text{ min})$$

2 pont

Ezek után alkalmazzuk Kepler III. törvényét a mesterséges hold periódusidejének meghatározására:

$$\frac{T_m^2}{a_m^3} = \frac{T_t^2}{a_t^3} \rightarrow T_m = T_t \cdot \sqrt{\frac{a_m^3}{a_t^3}}$$

2 pont

Innen

$$T_m = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{R_F}{g}} \cdot \sqrt{\frac{27 \cdot R_F^3}{R_F^3}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{27 \cdot R_F}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{27 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \\ = 26308,6 \text{ s} \approx 7,3 \text{ h}$$

1 pont

Σ : 10 pont

Összesen 20 pont

11. évfolyam, 4. feladat

11/4.

a)

$$Q = I \cdot \Delta t = 30 \text{ kA} \cdot 80 \mu\text{s} = 30000 \text{ A} \cdot 80 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2,4 \text{ C}$$

2 pont

Σ : 2 pont

b)

Mivel a kisülési csatorna és a környezet között nincs anyagáramlás, diffúzió, a rövid időtartam alatti térfogatváltozást elhanyagolva feltételezhetjük, hogy a csatornában lévő levegő átlagos sűrűsége ugyanakkora, mint a környezeti levegőé.

2 pont

A nyomást becsüljük úgy, hogy érvényesnek tekintjük a plazmára az ideális gázokra vonatkozó állapotegyenletet. Akkor

(Akkor is

jár, ha csak

a felírt

egyenletek-

ből derül ki

a felismerés)

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \rightarrow \rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

miatt felírhatjuk, hogy

$$\rho = \text{áll.} \rightarrow \frac{p_{\text{környezet}}}{T_{\text{környezet}}} = \frac{p_{\text{csatorna}}}{T_{\text{csatorna}}}$$

3 pont

azaz

$$p_{\text{csatorna}} = \frac{T_{\text{csatorna}}}{T_{\text{környezet}}} \cdot p_{\text{környezet}} = \frac{30000 \text{ K}}{300 \text{ K}} 10^5 \text{ Pa} = 10^7 \text{ Pa}$$

2 pont

A csatornában átlagosan körülbelül a légnyomás százszorosának megfelelő 10^7 Pa nyomás uralkodik, ennek eloszlása azonban nem egyenletes, más a csatorna belső része és a hengerpalástnál kialakuló lökeshullám térrészében, eredményünk nagyságrendi becslésként azonban elfogadható.

Σ : 7 pont

c)

Az elektromos mező munkája:

$$W_e = U \cdot I \cdot \Delta t = U \cdot Q$$

ahol U a villámkisülést fenntartó feszültség

$$U = E \cdot l = 10 \frac{\text{kV}}{\text{cm}} \cdot 2 \text{ km} = 10000 \frac{\text{V}}{0,01 \text{ m}} \cdot 2000 \text{ m} = 2 \cdot 10^9 \text{ V}$$

2 pont

Eszerint

$$W_e = U \cdot Q = 4,8 \cdot 10^9 \text{ J}$$

2 pont

Ennek a munkának fedeznie kell a sugárzási energiaveszteséget, a hanghullámok kialakulásához szükséges energiát, stb. Számunkra az a lényeges, hogy ennek az energiamennyiségnek 40 %-a növeli a villámcsatornában lévő levegő belső energiáját.

Tehát

$$0,4 \cdot W_e = \Delta E_b$$

1 pont

Ismét az ideális gáz-közelítéssel élve a belső energia változása

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot \frac{R}{M} \cdot m \cdot \Delta T = c_v \cdot m \cdot \Delta T$$

2 pont

összefüggéssel számolható, ezért

$$0,4 \cdot W_e = c_v \cdot m \cdot \Delta T$$

Innen a csatornában lévő levegő tömege kiszámítható:

$$m = \frac{0,4 \cdot W_e}{c_v \cdot \Delta T} \left(= \frac{0,4 \cdot 4,8 \cdot 10^9 \text{ J}}{722 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (30000 \text{ K} - 300 \text{ K})} = 89,538 \text{ kg} \right)$$

1 pont

Mivel a sűrűségről már megállapítottuk, hogy átlagosan megegyezik a környező levegő sűrűségével, ebből már kiszámítható az állandó keresztmetszetűnek tekintett csatorna átmérője:

$$V = A \cdot l = \frac{m}{\rho} \left(= \frac{89,538 \text{ kg}}{1,18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 75,88 \text{ m}^3 \right)$$

1 pont

ahol A a V térfogatú kisülési csatorna, illetve „levegőoszlop” keresztmetszete,

$$A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$$

Ezek szerint

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot l = \frac{m}{\rho}$$

1 pont

ahonnan

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{m}{\rho \cdot \pi \cdot l}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot l}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{75,88 \text{ m}^3}{\pi \cdot 2000 \text{ m}}} \approx 0,22 \text{ m}$$

Azaz a villámcsatorna átmérője körülbelül 22 centiméter.

1 pont

(Paraméteresen a végeredmény

$$d = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,4 \cdot E \cdot I \cdot \Delta t}{\rho \cdot \pi \cdot c_v \cdot \Delta T}}$$

ahonnan látszik, hogy a villámcsatorna hosszától független az átmérő.)

Σ : 11 pont

Összesen 20 pont

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2023. október 26. 14.00-17.00

Megoldókulcs – 12. évfolyam

Általános megjegyzések: A megoldókulcs elkészítésével segítséget kívánunk nyújtani a javításhoz. Igyekeztünk minél több részpontszámot megjelölni, hogy a javítás minél inkább egységes lehessen. Természetesen a megadottaktól eltérő helyes megoldásokat is el kell fogadni. Ilyen esetekben a megfelelő arányos pontozást a szaktanárookra bízunk.

12. évfolyam, 1. feladat

12/1.

a)-b)

A repülő mindkét irányban ugyanazt az s utat teszi meg. Nyugati irányban haladva t_{NY} idő alatt teszi meg az utat, és a széllel szemben repülve a talajhoz viszonyított sebessége kisebb lesz a repülő v_r levegőhöz viszonyított sebességénél (v_{NY} sebességgel, ami a szélesebbesség akkor, amikor a repülő nyugat felé halad):

$$s = (v_r - v_{NY}) \cdot t_{NY}$$

3 pont

Ellenkező irányban, visszaúton, a nyugati szél segíti a repülő haladását:

$$s = (v_r + v_K) \cdot t_K$$

3 pont

ahol v_K a szélesebbesség akkor, amikor a repülőgép kelet felé halad.

A fenti két egyenlet bal oldala megegyezik, azaz:

$$(v_r + v_K) \cdot t_K = (v_r - v_{NY}) \cdot t_{NY}$$

Ebben az egyenletben még mindig két ismeretlen van (v_{NY} és v_K), azonban ezek között a feladat szövege szerint fennáll egy összefüggés:

$$v_{NY} - v_K = \Delta v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow v_{NY} = v_K + \Delta v \quad (1)$$

vagy

$$v_K - v_{NY} = \Delta v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow v_K = v_{NY} + \Delta v \quad (2)$$

Nem tudhatjuk, melyik összefüggés helyes, ha sikerül kiderítenünk, éppen ez lesz a b) kérdésre adható válaszuk.

Először tegyük fel, hogy a nyugati irányú úton fúj a nagyobb sebességű (ellen)szél! Behelyettesítve (1)-et:

$$(v_r + v_K) \cdot t_K = (v_r - v_K - \Delta v) \cdot t_{NY}$$

Átrendezve:

$$\begin{aligned} v_r \cdot t_K + v_K \cdot t_K &= v_r \cdot t_{NY} - v_K \cdot t_{NY} - \Delta v \cdot t_{NY} \\ v_K \cdot (t_K + t_{NY}) &= v_r \cdot t_{NY} - \Delta v \cdot t_{NY} - v_r \cdot t_K \\ v_K &= \frac{v_r \cdot t_{NY} - \Delta v \cdot t_{NY} - v_r \cdot t_K}{(t_K + t_{NY})} \end{aligned}$$

Az értékeket behelyettesítve:

$$v_K = \frac{850 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 7,4h - 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 7,4h - 850 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 6h}{6h + 7,4h} = 55,67 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

illetve

$$v_{NY} = v_K + \Delta v = 55,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 115,67 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2 pont

A megtett utak a keleti, illetve nyugati irányban:

$$s_K = \left(850 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 55,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) 6h = 5434 \text{ km}$$

$$s_{NY} = \left(850 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 115,67 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot 7,4h = 5434 \text{ km}$$

Ez még annál is kisebb, mint az óceán felett megtett 5600 km, tehát nem lehet a jó megoldás.

2 pont
(A teljes pontszám megadható a feladatra akkor is, ha véletlenül, vagy más indoklással azonnal a helyes választást teszi a versenyző.)

Most tegyük fel, hogy a keleti irányú úton fúj a nagyobb sebességű (hát)szél!
Behelyettesítve (2)-t:

2 pont

$$\begin{aligned}(v_r + v_{NY} + \Delta v) \cdot t_K &= (v_r - v_{NY}) \cdot t_{NY} \\ v_r \cdot t_K + v_{NY} \cdot t_K + \Delta v \cdot t_K &= v_r \cdot t_{NY} - v_{NY} \cdot t_{NY} \\ v_{NY} \cdot (t_K + t_{NY}) &= v_r \cdot t_{NY} - v_r \cdot t_K - \Delta v \cdot t_K \\ v_{NY} &= \frac{v_r \cdot t_{NY} - v_r \cdot t_K - \Delta v \cdot t_K}{t_K + t_{NY}}\end{aligned}$$

A számértékeket behelyettesítve:

$$\begin{aligned}v_{NY} &= \frac{850 \frac{km}{h} \cdot 7,4h - 850 \frac{km}{h} \cdot 6h - 60 \frac{km}{h} \cdot 6h}{6h + 7,4h} = 61,94 \frac{km}{h} \\ v_K &= v_{NY} + \Delta v = 61,94 \frac{km}{h} + 60 \frac{km}{h} = 121,94 \frac{km}{h}\end{aligned}$$

A megtett utak a keleti, illetve nyugati irányban:

2 pont

$$\begin{aligned}s_K &= \left(850 \frac{km}{h} + 121,94 \frac{km}{h} \right) \cdot 6,0h \approx 5832 \text{ km} \\ s_{NY} &= \left(850 \frac{km}{h} - 61,94 \frac{km}{h} \right) \cdot 7,4h \approx 5832 \text{ km}\end{aligned}$$

Az a) kérdésre adott válasz:

Tehát a nyugati szél sebessége a Párizs-New York irányban (azaz nyugat felé repülve) $61,94 \frac{km}{h}$, azaz kb. 62 km/h, visszaúton, New York-Párizs irányban (azaz kelet felé repülve) $121,94 \frac{km}{h}$, azaz kb. 122 km/h nagyságú volt.

2 pont

A b) kérdésre adott válasz:

Visszaúton, azaz New York-Párizs irányban (ill. kelet felé) haladó járat esetében volt erősebb a nyugati szél ($v_K > v_{NY}$).

2 pont

2 pont

Σ :20 pont

Összesen 20 pont

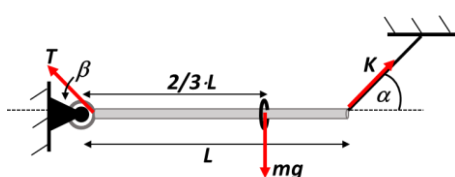
12. évfolyam, 2. feladat

12/2.

a)

A rúd egyensúlyának feltétele, hogy a rá ható erők eredője, és ezek bármely pontra vett forgatónyomatékainak előjeles összege zérus legyen.

1 pont



Jelölje a fonál által a rúdra kifejtett erőt K , a tengely által kifejtett erőt pedig T ! Utóbbi zárjon be a rúd egyenesével β szöget!

Ábra:
2 pont

Az erőkre nézve:

$$\left. \begin{aligned} K \cdot \sin \alpha + T \cdot \sin \beta &= G_{\text{gyűrű}} \\ K \cdot \cos \alpha &= T \cdot \cos \beta \end{aligned} \right\}$$

2 pont

ahol $G_{\text{gyűrű}}$ a gyűrű súlya,

$$G_{\text{gyűrű}} = m \cdot g$$

A forgatónyomatékokat a tengelypontra felírva:

$$K \cdot \sin \alpha \cdot L = G_{\text{gyűrű}} \cdot \frac{2}{3} \cdot L$$

2 pont

Az utóbbi egyenletből adódik, hogy

$$K = \frac{2}{3} \cdot \frac{m \cdot g}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot 0,06 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3 \cdot 0,5} = 0,8 \text{ N}$$

2 pont

Newton III. axiómája értelmében ugyanakkora, de ellentétes irányú erővel hat a rúd a fonálra, azaz 0,8 N nagyságú erő feszíti a fonalat.

Az erőkre felírt egyenletrendszerből:

$$\begin{aligned} K \cdot \sin \alpha + \frac{K \cdot \cos \alpha}{\cos \beta} \cdot \sin \beta &= m \cdot g \\ \frac{2}{3} \cdot m \cdot g + \frac{2}{3} \cdot m \cdot g \cdot \text{ctg} \alpha \cdot \text{tg} \beta &= m \cdot g \\ \text{tg} \beta = \frac{1}{2 \cdot \text{ctg} \alpha} = \frac{\text{tg} \alpha}{2} = 0,2887 &\rightarrow \beta = 16,1^\circ \end{aligned}$$

Így a rúdra a tengely

$$T = \frac{K \cdot \cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{2}{3} \cdot \frac{m \cdot g}{\sin \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} = \frac{2}{3} \cdot m \cdot g \cdot \frac{\text{ctg} \alpha}{\cos \beta} = \frac{\frac{2}{3} \cdot m \cdot g}{\text{tg} \alpha \cdot \cos \beta} = 0,72 \text{ N}$$

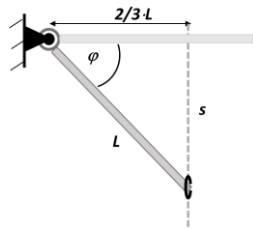
nagyságú erőt fejt ki. Ezzel egyenlő, azaz 0,72 N nagyságú, de ellentétes irányú erővel terheli a rúd a tengelyt.

3 pont
 $\Sigma: 12$ pont

b)

Mivel a rúd tömege elhanyagolható, a fonál elvágását követően a gyűrű szabadon esik, egyenes pályán, közben a rúd elfordul.

2 pont



A rúd eredeti helyzetével bezárt szöge abban a pillanatban, amikor a gyűrű lecsúszik róla:

$$\cos \varphi = \frac{\frac{2}{3} \cdot L}{L} = \frac{2}{3} \rightarrow \varphi = 48,19^\circ$$

2 pont

A gyűrű által megtett út:

$$s = L \cdot \sin \varphi$$

1 pont

ennek megtételéhez szükséges idő:

$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot \sin \varphi}{g}} = 0,299 \text{ s} \approx 0,3 \text{ s}$$

Tehát a gyűrű körülbelül 0,3 s múlva csúszik le a rúdról.

3 pont
 $\Sigma: 8$ pont

Összesen 20 pont

12. évfolyam, 3. feladat

12/3.

a)

Az úszás feltételét felírva kapjuk a bemerülő térfogat nagyságát:

$$\rho_{\text{víz}} \cdot n \cdot V \cdot g = m_{\text{fatörzs}} \cdot g$$

$$\rho_{\text{víz}} \cdot n \cdot V \cdot g = \rho_{\text{fa}} \cdot V \cdot g$$

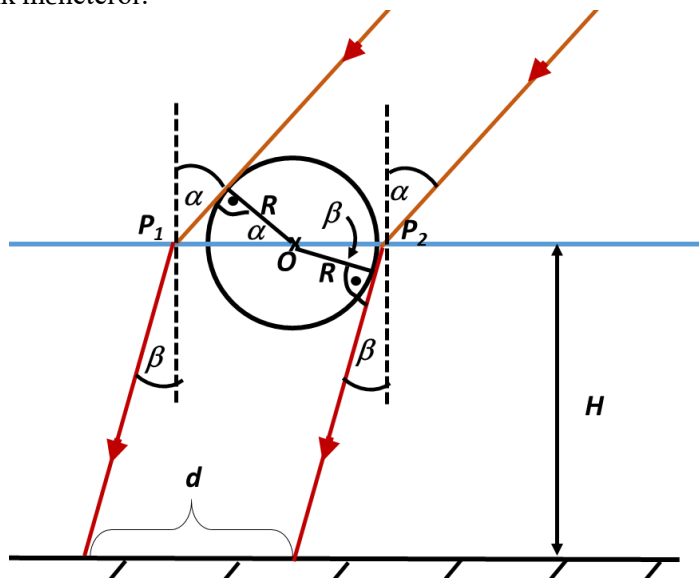
ahonnan

$$n = \frac{\rho_{\text{fa}}}{\rho_{\text{víz}}} = \frac{500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,5$$

tehát a fatörzs térfogatának 50 %-a merül a vízbe.

b)

Az a) pontban kapott eredményünkből következik, hogy a henger alakú fatörzs függőleges átmérőjének feléig merül a vízbe, azaz a henger hossz tengelye a vízszintre illeszkedik. Készítsünk egy ábrát a henger hossz tengelyére merőleges síkmetszetben a napsugarak menetéről!



A Naptól érkező párhuzamos fénysugarak közül kiválasztottuk a vízfelület P_1 és P_2 pontjába beeső két sugarat, melyek a medence aljára érkező kijelölnek az árnyéksáv széleit. A P_1 pontba beeső sugár a fatörzs palástja levegőben lévő részének érintését követően esik a vízfelszínre, majd megtörve a medence aljára. A P_2 pontba érkező sugár pedig a vízfelszínen bekövetkező törést követően a fatörzs palástjának vízbe merülő részét érintve érkezik a medence aljára.

Feladatunk az ábrán d -vel jelölt árnyéksáv-szélesség meghatározása.

A napsugarak beesési szöge

$$\alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

A törési szög felírható a Snellius-Descartes törvény:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{\text{víz}} \rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_{\text{víz}}} = \frac{0,5}{1,33} = 0,3759 \rightarrow \beta = 22^\circ$$

Merőleges szárú szögpárok miatt belátható, hogy a fatörzs palástjának levegőben lévő részét érintő fénysugár és a beesési merőleges által bezárt α szög a fatörzs O középpontjánál is megtalálható, ugyanígy a fatörzs palástjának vízbe merülő részét érintő fénysugár és a beesési merőleges által bezárt β szög „párja” is felismerhető (lásd az ábrát).

(Egyenletfelírás nélkül, szöveges indoklással is elfogadható, hogy térfogatának feléig merül be a fatörzs.)

2 pont

Σ : 2 pont

Ábra:

4 pont

(Ha az árnyék méreteit meghatározó elemek – két érintő sugár, merőleges szögpárok – nem szerepelnek a rajzon, legfeljebb 2 pont jár.)

2 pont

1 pont

3 pont

2 pont

A sugár és a beesési szög ismeretében kiszámítható az OP_1 szakasz hossza:

$$\cos\alpha = \frac{R}{OP_1} \rightarrow OP_1 = \frac{R}{\cos\alpha} = \frac{10 \text{ cm}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 11,55 \text{ cm} \quad \text{2 pont}$$

A sugár és a törési szög ismeretében pedig az OP_2 szakasz hossza:

$$\cos\beta = \frac{R}{OP_2} \rightarrow OP_2 = \frac{R}{\cos\beta} = \frac{10 \text{ cm}}{0,9272} \approx 10,79 \text{ cm} \quad \text{2 pont}$$

Az ábráról leolvashatóan az árnyéksáv keresett szélessége eszerint

$$d = OP_1 + OP_2 = R \cdot \left(\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\cos\beta} \right) = R \cdot \left(\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2\beta}} \right)$$

$$d = R \cdot \left(\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n_{\text{víz}}^2}}} \right) = R \cdot \left(\frac{1}{\cos\alpha} + \frac{n_{\text{víz}}}{\sqrt{n_{\text{víz}}^2 - \sin^2\alpha}} \right) \approx 22,34 \text{ cm}$$

Tehát az árnyéksáv szélessége körülbelül 22 cm.

2 pont

Σ : 18 pont

Összesen 20 pont

12. évfolyam, 4. feladat

12/4.

a)

Tételezzük fel, hogy a szolenoid mágneses mezeje az AB szakasz környezetében homogén! Az indukcióvonalak a tekercs hossz tengelyével párhuzamosan futnak, a mágneses mező indukciója a tekercsen áthaladó I áram erősségének függvénye:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{L}$$

ahol N és L a tekercs menetszáma, illetve hossza.

Az indukcióvektor iránya a tekercsen átfolyó áram irányától függ, és a jobbkéz-szabállyal („marokszabállyal”) állapítható meg:

- ha az áram az O pont felől a P felé folyik, akkor az indukcióvektor az $\overrightarrow{AB}$ vektorral egyirányú,
- ha az áram a P pont felől az O felé folyik, akkor az indukcióvektor az $\overrightarrow{AB}$ vektorral ellentétes irányban mutat.

A proton egy ilyen mágneses mezőben csavarvonal alakú pályára lép: mozgása a tekercs hossz tengelyével, azaz az AB egyenessel párhuzamos irányú, állandó sebességű mozgás, és egy erre az irányra merőleges síkban történő egyenletes körmozgás szuperpozíciójaként fogható fel.

Bontsuk fel az A ponton áthaladó proton sebességét az AB egyenessel, azaz az indukcióvonalakkal párhuzamos v_x , és az indukcióvonalakra merőleges v_y komponensekre!

$$v_x = v \cdot \cos \alpha \quad \text{ill.} \quad v_y = v \cdot \sin \alpha$$

Az indukcióvonalakra merőleges síkban végbemenő körmozgás periódusideje a mozgásegyenlet felírásából megkapható, ugyanis a proton v_y komponensére merőleges Lorentz erő centripetális gyorsulást okoz:

$$q \cdot v_y \cdot B = m \cdot \frac{v_y^2}{R}$$

ahol R a körpálya sugara. Innen

$$R = \frac{m \cdot v_y}{q \cdot B} \rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{v_y} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot B}$$

A jobbkéz-szabály alkalmazásával könnyen belátható, hogy a mágneses indukcióvektor iránya – azaz, hogy az $\overrightarrow{AB}$ vektorral egyező, vagy azzal éppen ellentétes irányú – a körmozgásra csak olyan befolyással bír, hogy a proton körpályáján az $\overrightarrow{AB}$ vektor irányában nézve az óramutató járásával ellentétes, vagy azzal egyirányban halad.

Mialatt a proton egy kört leír, a mágneses mező indukcióvonalai – illetve az AB egyenessel, a tekercs hossz tengelyével – párhuzamos irányban megtett útja (az úgynevezett „menetemelkedés”)

$$x_m = v_x \cdot T = v_x \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot B}$$

ugyanis az indukcióvonalakkal párhuzamos sebességkomponens nagyságát a Lorentz-erő nem változtatja meg, v_x nagysága állandó.

Ha a d_{AB} távolság a menetemelkedés egész számú ($n \in \mathbb{N}$) többszöröse, azaz

$$d_{AB} = n \cdot x_m = n \cdot v_x \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot B}$$

akkor a proton áthalad a B ponton is.

Látható, hogy ez csak az indukcióvektor nagyságának alkalmas megválasztásával érhető el:

$$B = n \cdot v_x \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot d_{AB}}$$

1 pont

2 pont

2 pont

1 pont

2 pont

2 pont

Mivel az indukcióvektor nagysága a tekercsen átfolyó áram erősségétől függ, kapjuk, hogy

$$\mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{L} = n \cdot v_x \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{q \cdot d_{AB}}$$

azaz

$$I = n \cdot \frac{v \cdot \cos \alpha}{\mu_0 \cdot N} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot L}{q \cdot d_{AB}}$$

3 pont

Az áramerősség minimális értékét akkor kapjuk, amikor a proton egy fordulat megtételét követően halad át a B ponton, azaz $n = 1$:

$$I_{min} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot L \cdot v \cdot \cos \alpha}{\mu_0 \cdot N \cdot q \cdot d_{AB}}$$

Számértékké:

$$I_{min} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,2 \text{ m} \cdot 10^6 \text{ m/s} \cdot \cos 30^\circ}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s/A} \cdot \text{m} \cdot 10^4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,1 \text{ m}} = 9,04 \text{ A} \approx 9 \text{ A}$$

2 pont

Tehát amennyiben a tekercsen áthaladó áram 9 A erősségű, az A pontot követően a B ponton is áthalad a proton.

Tisztáztuk, hogy a jobbkéz-szabály értelmében a mágneses indukcióvektor iránya csak azt befolyásolja, hogy a proton a csavarvonal alakú pályáján az $\vec{AB}$ vektor irányában nézve az óramutató járásával ellentétes, vagy azzal egyirányban keringve halad. Ez azt jelenti, hogy az áram iránya közömbös, mind az OP, mind a PO irányban folyó 9 A erősségű áram esetében megvalósul a célunk.

1 pont

$\Sigma: 16$ pont

b)

A megoldandó probléma szempontjából fontos, hogy minél inkább teljesüljön az a feltételünk, hogy a tekercs mágneses mezejének a vizsgált térrészben homogénnek kell lennie.

A tekercs belsejében kialakuló mező mágneses indukcióját megadó, általunk használt

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{L}$$

összefüggés akkor tekinthető jó közelítésnek, ha

- a vizsgált térrész távol van a tekercs végeitől, és
- a tekercs átmérője a hosszánál sokkal kisebb.

1 pont

Ezeket az ideális feltételeket az adott tekercshosszúság mellett akkor tudjuk megközelíteni, ha

- az AB szakaszhoz viszonyítva úgy helyezzük el a tekercset, hogy végei a két ponttól 5-5 cm távolságban legyenek, illetve
- a lehető legkisebbre választjuk a tekercs átmérőjét.

1 pont

Ennek az utóbbi törekvésnek határt szab, hogy a proton csavarvonal alakú pályájának átmérőjénél nem lehet kisebb a tekercs átmérője.

Számítsuk ki a proton körpályájának átmérőjét az a) pontban kapott áramerősséggel átjárt tekercs esetén!

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I_{min}}{L} = 0,568 \text{ T}$$

$$R = \frac{m \cdot v_y}{q \cdot B} \rightarrow D_p = 2 \cdot R = \frac{2 \cdot m \cdot v_y}{q \cdot B}$$

illetve

$$D_p = \frac{2 \cdot m \cdot v \cdot \sin \alpha}{q \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I_{min}}{L}}$$

Felhasználva az a) pontban kapott eredményünket:

$$D_p = \frac{2 \cdot m \cdot v \cdot L \cdot \sin \alpha}{\mu_0 \cdot q \cdot N \cdot I_{min}} = \frac{d_{AB} \cdot \tan \alpha}{\pi} \approx 0,0184 \text{ m} = 1,84 \text{ cm}$$

Eszerint amennyiben a tekercs átmérője csak kicsit nagyobb ennél az értéknél, viszonylag jól megközelíti a vizsgált térrészben a mágneses mező az ideális homogén mezőt.

Tehát a javasolt átmérő egész számra kerekítve

$$D_t \approx 2 \text{ cm}$$

2 pont

nagyságú lehet.

Σ :4 pont

Összesen 20 pont