Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny
2017/2018 tanév
9. évfolyam feladatainak megoldása

A javítási útmutatóban minden feladathoz adunk egy megoldást. Maximális pontszám (vagy megfelelő részpontszám) adható bármely más, helyes, követhetően lejegyzett, megoldásért is.

1. Jim egy amerikai útszakaszon 100 mérföld távolságot tett meg autójával. Az útszakaszon 62 mérföld/órás sebességkorlátozás van érvényben. Jim a teljes távot 60 mérföld/órás átlagsebességgel teljesítette. Tudjuk, hogy az út első 1 órájában 62 mérföld/órás átlagsebességet tartott, valamint, hogy ezután 5 percre megállt egy benzinkúton. A maradék távon mekkora volt az átlagsebessége? El tudjuk-e dönteni, hogy Jim átlépte-e az útja során a sebességkorlátozást?

A teljes útszakasz megtételéhez szükséges idő:
$v_{á\_teljes}$=60 mérföld/óra
s_{teljes}=100 mérföld
$t_{teljes}= s_{teljes}/v_{á\_teljes}$=100 mérföld/(60 mérföld/óra)=5/3 óra=<u>100 perc</u> 5 pont
Ebből az első 1 óra alatt megtett út:
t_1=1 óra
$v_{á\_1}$=62 mérföld/óra
$s_1= v_{á\_1} \cdot t_1$=62 mérföld/óra·1 óra=62 mérföld 4 pont
Az utolsó szakaszra marad tehát s_2=100 mérföld-62 mérföld = <u>38 mérföld</u> távolság, amit meg kell tennie.
Az ehhez rendelkezésre álló idő: $t_2=t_{teljes}-t_1-t_{állás}$=100 perc - 60 perc - 5 perc=<u>35 perc</u> 4 pont
Az utolsó szakaszon az átlagsebessége:
$v_{á\_2}= s_2 /t_2$=38 mérföld/35 perc=38 mérföld/(35/60)óra=<u>65,1 mérföld/óra</u> 5 pont
Ez alapján Jim az utolsó szakaszon biztosan átlépte a megengedett sebességhatárt. 2 pont

2. Egy, a parttól 2 km-re tartózkodó hajón baleset történik. A hajó elindul a partra 3 km/óra sebességgel. A sebesültek mentésébe 10 perccel később egy helikopter is bekapcsolódik, amely 100 km/órás átlagsebességgel ingázik a hajó és a part között, amíg a hajó ki nem ér a partra. A helikopter 100 l üzemanyaggal indul el, és tudjuk, hogy 100 km-en átlagos használat mellett 220 l üzemanyagot fogyaszt. Kitart-e az üzemanyaga addig, amíg a hajó kiér a partra, vagy meg kell állnia tankolni?

A hajónak a partra éréshez szükséges idő:
$s_{hajó}$=2 km
$v_{hajó}$=3 km/óra
$t_{hajó}=s_{hajó}/v_{hajó}$=2 km/(3 km/óra)=2/3 óra = <u>40 perc</u> 5 pont

A helikopter által megtett út:
$t_{helikopter}=t_{hajó}$-10 perc=30 perc=0,5 óra 5 pont
$v_{helikopter}$= 100 km/óra
$s_{helikopter}= v_{helikopter} \cdot t_{helikopter}$ = 100 km/óra·0,5 óra = <u>50 km</u> 5 pont

A helikopter által elfogyasztott üzemanyag:
$s_{helikopter}$= 50 km
fogyasztás: $f_{helikopter}$=220 l/100 km 2 pont
üzemanyag mennyisége: $s_{helikopter} \cdot f_{helikopter}$=110 l 2 pont

Mivel 100 l üzemanyaggal indult el, így mindenképp meg kell állnia tankolni a mentés közben. 1 pont

3. A Vasa svéd királyi csatahajó 1628-ban első útján elsüllyedt. Az oka a hibás mérnöki tervezés mellett a hajó túlterhelése volt. Modellezzük a Vasa-t egy téglatestként, amelynek alapja 47,5 m hosszú és 11,7 m széles, saját tömege 1210 t. A legalsó lőrések a hajó aljától számítva 6 méter magasan vannak. Maximum mekkora terhet szállíthat a hajó, ha azt szeretnénk, hogy ne folyjon be a víz a lőréseken?

Ismert: $m=1210\text{t}=1{,}21\cdot 10^6\,kg$, $a=47{,}5\,m$, $b=11{,}7\,m$, $h_{bem,max}=6\text{m}$ 2 pont
A hajó által kiszorított térfogat határhelyzetben: $V=a\cdot b\cdot h_{bem,max}=3334{,}5\,m^3$. 4 pont
Határhelyzetben a hajó teljes súlya megegyezik a felhajtóerővel: 2 pont
$G=F_{fel}$ 2 pont
$m_{telj}\cdot g=\rho_{víz}\cdot g\cdot V$ 3 pont
$m_{telj}=\rho_{víz}\cdot V=1000\,\frac{kg}{m^3}\cdot 3334{,}5\,m^3=3{,}33\cdot 10^6\,kg$ 4 pont
A maximális rakomány tömege tehát:
$m_{teher,max}=m_{telj}-m=3{,}33\cdot 10^6\,kg-1{,}21\cdot 10^6\,kg=2{,}12\cdot 10^6\,kg$ 3 pont

4. Adott idő alatt melyik eszköz termel több energiát: egy téglalap alakú, 60 cm és 90 cm oldalhosszúságú, 15%-os hatásfokú, a Naptól a Föld távolságában lévő napelem, vagy egy 1,4 m átmérőjű, kör alakú, 28%-os hatásfokú, a Naptól a Jupiter távolságában lévő napelem? Az adott időpontban a Jupiter legyen éppen ötször messzebb a Naptól, mint a Föld!
<u>Segítség:</u> a Napból a napelemek egységnyi felületére érkező energia mennyisége a Naptól mért távolság négyzetével arányosan csökken.

A Naptól a Föld távolságában lévő napelem által, egységnyi idő alatt termelt energia:
$$\frac{E_{Nap}}{t}\frac{1}{d^2_{Nap-Föld}}\cdot T_1\cdot\eta_1$$ 5 pont

Ugyanez a Jupiter távolságában lévő napelemre vonatkozóan:
$$\frac{E_{Nap}}{t}\frac{1}{d^2_{Nap-Jup}}\cdot T_2\cdot\eta_2$$ 3 pont

A kettő összevetéséből (pontosabban a két egyenlet egymással való elosztása révén) a Nap által kisugárzott energia kiesik, megmarad a távolságok négyzetének, valamint a napelemek területeinek és hatásfokainak aránya: 5 pont
$$\left(\frac{d_{Nap-Jup}}{d_{Nap-Föld}}\right)^2\frac{T_1\cdot\eta_1}{T_2\cdot\eta_2}=25\,\frac{0{,}6\,m\cdot 0{,}9\,m\cdot 0{,}15}{(1{,}4\,m\cdot 0{,}5)^2\,\pi\cdot 0{,}28}=4{,}7$$ 5 pont

Tehát a Földnél lévő napelem adott idő alatt kb. 4,7-szer több energiát fog termelni. 2 pont

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny

2017/2018 tanév

10. évfolyam feladatainak megoldása

A javítási útmutatóban minden feladathoz adunk egy megoldást. Maximális pontszám (vagy megfelelő részpontszám) adható bármely más, helyes, követhetően lejegyzett, megoldásért is.

1. Egy, a parttól 2 km-re tartózkodó hajón baleset történik. A hajó elindul a partra 3 km/óra sebességgel. A sebesültek mentésébe 10 perccel később egy helikopter is bekapcsolódik, amely 100 km/órás átlagsebességgel ingázik a hajó és a part között, amíg a hajó ki nem ér a partra. A helikopter 100 l üzemanyaggal indul el, és tudjuk, hogy 100 km-en átlagos használat mellett 220 l üzemanyagot fogyaszt. Kitart-e az üzemanyaga addig, amíg a hajó kiér a partra, vagy meg kell állnia tankolni?

A hajónak a partra éréshez szükséges idő:

$s_{hajó}$=2 km

$v_{hajó}$=3 km/óra

$t_{hajó}=s_{hajó}/v_{hajó}$=2 km/(3 km/óra)=2/3 óra = <u>40 perc</u> 5 pont

A helikopter által megtett út:

$t_{helikopter}=t_{hajó}$-10 perc=30 perc=0,5 óra 5 pont

$v_{helikopter}$= 100 km/óra

$s_{helikopter}= v_{helikopter}\cdot t_{helikopter}$ = 100 km/óra·0,5 óra = <u>50 km</u> 5 pont

A helikopter által elfogyasztott üzemanyag:

$s_{helikopter}$= 50 km

fogyasztás: $f_{helikopter}$=220 l/100 km 2 pont

üzemanyag mennyisége: $s_{helikopter}\cdot f_{helikopter}$=<u>110 l</u> 2 pont

Mivel 100 l üzemanyaggal indult el, így mindenképp meg kell állnia tankolni a mentés közben. 1 pont

2. A Vasa svéd királyi csatahajó 1628-ban első útján elsüllyedt. Ennek az oka a hibás mérnöki tervezés mellett a hajó túlterhelése volt. Modellezzük a Vasa-t egy téglatestként, amelynek alapja 47,5 m hosszú és 11,7 m széles, saját tömege 1210 t. A legalsó lőrések a hajó aljától számítva 6 méter magasan vannak.

a) Maximum mekkora terhet szállíthat a hajó, ha azt szeretnénk, hogy ne folyjon be a víz a lőréseken?

b) A baleset bekövetkeztekor a szél és a kanyarodás hatására a hajó megdőlt, a legalsó lőréseken a víz befolyt. Maximum mekkora terhet szállíthat a hajó, ha azt szeretnénk, hogy még a függőlegeshez viszonyítva 15°-ot oldalra dőlve se folyjon be a víz?

a) Ismert: $m=1210\text{t}=1{,}21\cdot 10^6\,kg$, $a=47{,}5\,m$, $b=11{,}7\,m$, $h_{bem,max}=6\text{m}$

A hajó által kiszorított térfogat határhelyzetben: $V=a\cdot b\cdot h_{bem,max}=3334{,}5\,m^3$. 1 pont

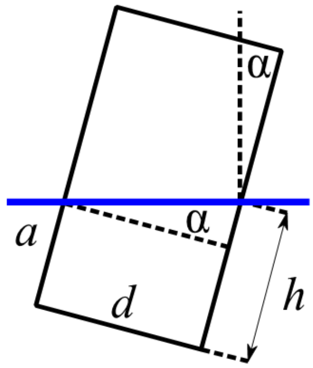
Határhelyzetben a hajó teljes súlya megegyezik a felhajtóerővel: $G=F_{fel}$ 2 pont

$m_{telj}\cdot g=\rho_{víz}\cdot g\cdot V$ 2 pont

$m_{telj}=\rho_{víz}\cdot V=1000\frac{kg}{m^3}\cdot 3334{,}5\,m^3=3{,}33\cdot 10^6\,kg$ 2 pont

A maximális rakomány tömege tehát:

$m_{teher,max}=m_{telj}-m=3{,}33\cdot 10^6\,kg-1{,}21\cdot 10^6\,kg=2{,}12\cdot 10^6\,kg$ 2 pont b)



Először a maximálisan kiszorított víztérfogatot érdemes meghatározni. Az ábra alapján ($d=11{,}7\,m$, $h=6\text{m}$, $\alpha=15°$) a trapéz paraméterei: 2 pont

Hosszabb alap: $h=6\text{m}$

Rövidebb alap: $a=h-d\cdot tg\alpha=6\text{m}-11{,}7\,m\cdot 0{,}268=2{,}86\,m$

A magasság: $d=11{,}7\,m$

A trapéz területe, azaz a hajó hosszanti keresztmetszete:

$$A=\frac{h+a}{2}\cdot d=\frac{6\text{m}+2{,}86\,m}{2}\cdot 11{,}7\,m=51{,}831\,m^2$$ 2 pont

A hajó által kiszorított térfogat tehát:

$$V=A\cdot l=51{,}831\,m^2\cdot 47{,}5\,m=2461{,}97\,m^3$$ 2 pont

Határhelyzetben a hajó teljes súlya megegyezik a felhajtóerővel:

$$G=F_{felh}$$ 1 pont

$$m_{telj}\cdot g=\rho_{víz}\cdot g\cdot V$$ 1 pont

$$m_{telj}=\rho_{víz}\cdot V=1000\,\frac{kg}{m^3}\cdot 2461{,}97\,m^3=2461{,}97\,t$$ 2 pont

A maximális rakomány tömege tehát: $m=m_{telj}-m_{hajó}=2461{,}97\,t-1210\text{t}=1251{,}97\,t$ 1 pont

3. Mostani térfogatának hányad részére kellene „összepréselni” a Napot, hogy fekete lyuk váljon belőle, azaz – továbbra is gömb alakot feltételezve – a felszínéről való szökési sebesség a vákuumbeli fénysebességgel legyen egyenlő?
A Nap jelenlegi sugarát vegyük 695 ezer km-nek, tömege pedig $2\cdot 10^{30}$ kg.

A szökési sebesség egy M tömegű, R sugarú égitest felszínére vonatkozóan:

$$v_{sz}=\sqrt{\frac{(2\cdot G\cdot M)}{R}}$$ 4 pont

A szökési sebesség helyére a fénysebességet írva és az összenyomott állapot sugarát (R') kifejezve:

$$R'=\frac{2\cdot G\cdot M}{c^2}=\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\,m^3kg^{-1}s^{-2}\cdot 2\cdot 10^{30}kg}{(3\cdot 10^8\,m\,s^{-1})^2}=2964\,m$$ 7 pont

A kérdés a térfogatok aránya volt, ez a sugarak arányának köbével lesz egyenlő: 2 pont

$$\left(\frac{R'}{R}\right)^3=\left(\frac{2964\,m}{6{,}95\cdot 10^8\,m}\right)^3=7{,}8\cdot 10^{-17}$$ 7 pont

4. A modern kerékpáros fedélzeti komputerek már GPS adatokból határozzák meg a megtett távolságot, vagy a sebességadatokat. Továbbra is elterjedtek azonban a régebbi típusú, olcsó kerékpáros sebesség- és távolságmérő eszközök. Ezek az első villához és az egyik küllőhöz rögzített érzékelőpár segítségével számolják a kerék által megtett fordulatok számát, majd a megtett távolságot az előre betáplált kerületértéket használva határozzák meg.

Nóra 26-os trekking kerékpárján szeretné beüzemelni a testvérétől kapott régi típusú kerékpáros fedélzeti komputert. Az eszköz használati utasítása szerint az alábbi formula alapján kell kiszámolni a kerületet:

Kerület (mm) = ((ETRTO1 · 2) + ETRTO2) · 3,14159.

ETRTO1: a külső gumiköpeny szélessége (egyúttal a magassága is).

ETRTO2: a külső gumiköpeny belső peremének átmérője.

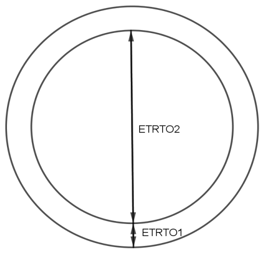
Mindkét adat megtalálható a köpeny oldalán a fönti sorrendben, pl. 52-559.

a) Nóra a gumiabroncsot megvizsgálva az 54-559 számpárt találta. Ez alapján milyen kerület értéket kell megadnia az eszköznek?

b) 26-os kerékpár esetében az elnevezés onnan ered, hogy a kerék átmérőjére nagyjából 26 coll. Hány mm-rel tér el Nóra fenti gumiabronccsal ellátott kerekének átmérője a pontosan 26 coll-tól? [1 coll = 25,4 mm]

c) Az első hosszabb túrát követő esti beszélgetésen Nóra és barátai elgondolkoznak azon, hogy vajon hányat fordulhatott a megtett 41 km során a kerekük. Pisti azt állítja, hogy akármennyit is fordult Nóra kereke, az ő 28-as kerékpárja nagyjából 28/26-szor több fordulatot tett. Ildi viszont azt mondja, hogy ez butaság, egész biztos, hogy Pisti kereke kevesebbszer fordult körbe, mint Nóráé. Kinek van igaza? Válaszát indokolja!

d) Másfél év elteltével – egy csúnya defektet követően – Nóra lecseréli a gumiabroncsait. Ezúttal kissé vékonyabbat választ, mert alapvetően úgyis csak aszfaltos úton használja a kerékpárját. De az új 47-559 -es abroncsok felrakása után elfelejti módosítani a fedélzeti komputer beállítását. Számítsa ki, hogy ha az eszköz 100 km megtett utat jelez, akkor valójában mennyit tekert Nóra. A megtett úthoz képest jelentős-e ez a hiba?



2 ETRO1 + ETRO2 = teljes átmérő = d — 1 pont

A kör kerülete: $K = d \cdot \pi$ — 1 pont

A szöveg alapján: 54 – 559 azt jelenti, hogy

ETRO1= 54 mm — 1 pont

ETRO2=559 mm — 1 pont

$d = (559 + 2 \cdot 54)\,mm = 667\,mm$ — 1 pont

A betáplálandó kerület: $K = \pi \cdot 667\,mm = 2095\text{mm}$ — 1 pont

b) $26\text{coll} = 26 \cdot 25{,}4\,mm = 660{,}4\,mm$ — 1 pont

$d = 667\text{mm}$ — 1 pont

Így: $\Delta = 6{,}6\,mm$ — 1 pont

c) Ildinek van igaza. Pisti elrontotta az arányt. — 1 pont

A ~27coll átmérőjű kerék kerülete nagyobb, így kevesebbszer fordul körbe adott távon. — 1 pont

(Megközelítőleg $\frac{26}{28}$ lenne az arány Nóra kerékpárkerekének körülfordulásaihoz képest.) 1 pont

d) Az új gumi átmérője: $d_{új} = 2 \cdot 47\,mm + 559\,mm = 653\,mm$ — 1 pont

$K_{új} = \pi \cdot 653\text{mm} = 2051\text{mm} = 2{,}051\,m$ — 1 pont

A 100 km-t a régi kerületadattal számolta, így a körülfordulások száma:

$$N = \frac{100 \cdot 10^3\,m}{2{,}095\,m} = 47732{,}7\,m$$ 2 pont

A valójában megtett út:

$$s = N \cdot K_{új} = 2{,}051\,m \cdot 47732{,}7 = 97899{,}8\,m = 97{,}9\,km$$ 2 pont

Az eszköz hibája tehát:

Körülbelül 2 km az eltérés a mért és a valós érték között. — 1 pont

A hiba százalékban kifejezve: $\frac{2}{98} \cdot 100 \approx 2$. — 1 pont

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny
2017/2018 tanév
11. évfolyam feladatainak megoldása

A javítási útmutatóban minden feladathoz adunk egy megoldást. Maximális pontszám (vagy megfelelő részpontszám) adható bármely más, helyes, követhetően lejegyzett, megoldásért is.

1. Egy mól, kezdetben 27 °C hőmérsékletű kétatomos gázt zárt tartályban melegítünk, amelynek hatására a gáz belső energiája háromszorosára változik. A folyamat során a gázmolekulák 70%-a disszociál (különálló atomokra esik szét).
a) Mekkora lett a gáz hőmérséklete?
b) Hányszorosára változott a gáz nyomása?

A megoldás egy lehetséges menete: (Részecskeszám helyett a mólszámmal számolva is egyező eredmény adódik.)

$n_1 = 1\,\text{mol}$

$T_1 = 27\,°C = 300\,\text{K}$ 1 pont

$f_{2a} = 5$ 1 pont

$E_{b2} = 3 \cdot E_{b1}$

$N_d = 0{,}7 \cdot N_1$

$f_{1a} = 3$ 1 pont

$E_{b1} = \frac{f_{2a}}{2} \cdot N_1 \cdot k \cdot T_1$ 2 pont

$E_{b2} = \frac{f_{2a}}{2} \cdot (N_1 - N_d) \cdot k \cdot T_2 + \frac{f_{1a}}{2} \cdot N_{1a} \cdot k \cdot T_2$ 2 pont

$N_{1a} = 2 \cdot N_d = 2 \cdot 0{,}7 \cdot N_1 = 1{,}4 \cdot N_1$ 1 pont

$N_1 - N_d = N_1 - 0{,}7 \cdot N_1 = 0{,}3 \cdot N_1$ 1 pont

$E_{b2} = \frac{f_{2a}}{2} \cdot 0{,}3 \cdot N_1 \cdot k \cdot T_2 + \frac{f_{1a}}{2} \cdot 1{,}4 \cdot N_1 \cdot k \cdot T_2$ 1 pont

$E_{b2} = \frac{5}{2} \cdot 0{,}3 \cdot N_1 \cdot k \cdot T_2 + \frac{3}{2} \cdot 1{,}4 \cdot N_1 \cdot k \cdot T_2$ 1 pont

$E_{b2} = \frac{1}{2} \cdot N_1 \cdot k \cdot T_2 \cdot (1{,}5 + 4{,}2) = \frac{57}{20} \cdot N_1 \cdot k \cdot T_2$ 1 pont

$E_{b1} = \frac{5}{2} \cdot N_1 \cdot k \cdot T_1$ 1 pont

$E_{b2} = 3 \cdot E_{b1}$ 1 pont

$\frac{57}{20} \cdot N_1 \cdot k \cdot T_2 = 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot N_1 \cdot k \cdot T_1$ 1 pont

innen: $T_2 = \frac{15}{2} \cdot \frac{20}{57} \cdot T_1 = \frac{150}{57} \cdot 300\,\text{K} = 789{,}47\,K$ 1 pont

$p_1 \cdot V = N_1 \cdot k \cdot T_1$ 1 pont

$p_2 \cdot V = [(N_1 - N_d) + 1{,}4 \cdot N_1] \cdot k \cdot T_2$ 1 pont

Innen: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{1{,}7 \cdot N_1 \cdot k \cdot T_2}{N_1 \cdot k \cdot T_1} = 1{,}7 \cdot \frac{1}{T_1} \cdot \frac{150}{57} \cdot T_1$ 1 pont

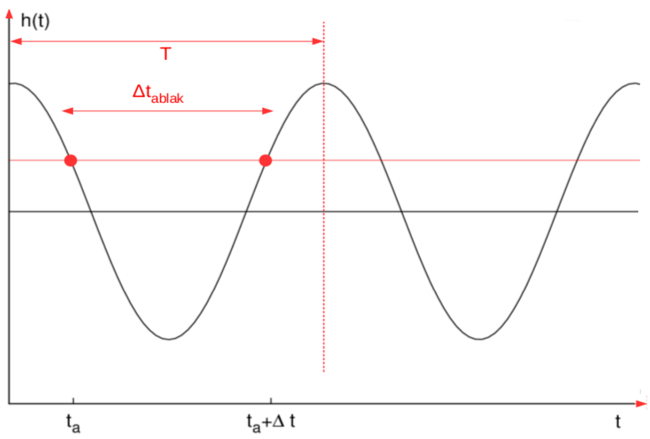
$\frac{p_2}{p_1} = 4{,}47$ 1 pont

2. A villámreflexű Chuck Norris egy pontszerűnek tekintett pisztolygolyót szeretne vízszintesen átlőni egy gyorsan rezgő fal felett. A fal harmonikus rezgőmozgást végez a talajszint körül: periodikusan a föld felett van, majd a föld alá süllyed. A fal vastagsága 2 m, talajszinthez viszonyított magassága pedig a *h(t)=H·cos(ωt)* függvény szerint változik, ahol ω a rezgés körfrekvenciája. A fal maximálisan H=3 m magasságra emelkedik ki, rezgésének periódusideje pedig 0,013 s. A pisztolygolyó állandó 230 m/s sebességgel mozog. A nehézségi gyorsulást hanyagoljuk el a mozgás során. Határozzuk meg azt a minimális h_{min} lövési magasságot, amikor Chuck Norris még képes átlőni a fal felett úgy, hogy a falhoz ne érjen hozzá a golyó. Feltesszük, hogy Chuck Norris képes ideális ütemben (fázisban) lőni.

Először határozzuk meg, hogy mennyi idő szükséges ahhoz, hogy a golyó át tudjon menni:

$$t_0=\frac{d}{v_0}=\frac{2\text{m}}{230\frac{m}{s}}=0{,}0087\,s$$ 3 pont

A mozgó fal magassága az idő függvényében: 4 pont



A golyó csak akkor képes átjutni, ha a rendelkezésre álló időablak hosszabb, mint az átjutáshoz szükséges t_0 idő. 1 pont

A határesethez a $\Delta t=t_0$ feltételnek kell teljesülnie. 2 pont

Legyen t_a az az időpillanat, amikor az adott magasságból érkező golyó előtt éppen lebukik a fal.

A koszinuszfüggvény periodicitása miatt: $T=2\cdot t_a+\Delta t$, határesetben: $T=2\cdot t_a+t_0$ 3 pont

Ebből a t_a meghatározható:

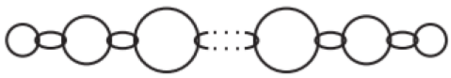
$$t_a=\frac{T-\frac{d}{v_0}}{2}=0{,}00215217\,s$$ 3 pont

Az ehhez az időpillanathoz tartozó magasság, azaz a minimális magasság:

$$h_{min}=H\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t_a\right)=1{,}51816\,m$$ 3 pont

Legalább ilyen magasságból kell a golyót kilőni, hogy képes legyen átmenni. 1 pont

3. **Egy 4 g tömegű ezüst lánc 15 db különböző átmérőjű ezüst gyűrűből áll, de az egyes gyűrűkben az ezüsthuzal keresztmetszete azonos és jóval kisebb mint a gyűrű mérete. A megfeszített lánc hossza 32 cm, elektromos ellenállása 0,03 Ω. Az ezüst gyűrűk mint vezetékek által képviselt ellenálláson kívül a gyűrűk érintkezési pontjainál is ellenállás lép föl. Mekkora az egyes érintkezési pontokban föllépő elektromos ellenállás átlagos értéke?**



$R_E = 0{,}03\,\Omega$

$m = 4\text{g} = 4\cdot 10^{-3}\,kg$

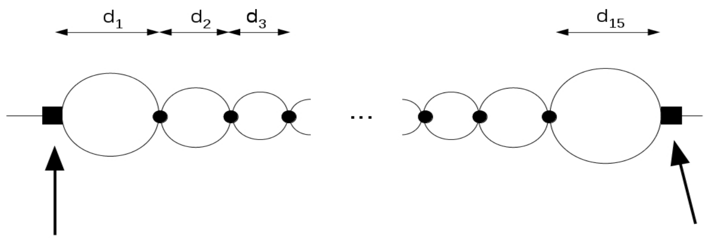
$L = 32\text{cm} = 0{,}32\,m$

$R = \tilde{\rho}\cdot\frac{l}{A}$ ahol $\tilde{\rho}$ a fajlagos ellenállást jelöli — 1 pont

15 db ezüstgyűrű

$\rho_{Ag} = 10500\,\frac{kg}{m^3}$

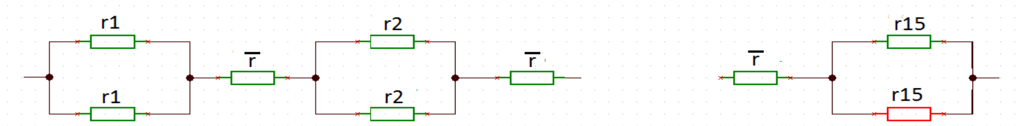
$\tilde{\rho} = 1{,}629\cdot 10^{-8}\,\Omega m$



A csatlakozást, ahol az ellenállást valamilyen módon mérjük, ideálisnak tételezzük fel.

- Van tehát 14 db érintkezési pont átlagosan $\bar{r}$ ellenállással. — 1 pont
- Van 15-ször 2 félkörív, a hosszal arányos ellenállással. — 1 pont

3 pont



A párhuzamosan kapcsolt rész eredő ellenállása: $\frac{r_i}{2}$ — 1 pont

Ezek sorosan kapcsoltak az $\bar{r}$ -ekkel, így a mért eredő ellenállás: $R_E = \sum_i \frac{r_i}{2} + 14\cdot\bar{r}$ — 3 pont

r_i -k a fajlagos ellenálláson keresztül a hosszal arányosak:

$r_i = \tilde{\rho}\cdot\frac{l_i}{A} = \tilde{\rho}\cdot\frac{d_i\pi}{2\text{A}}$ (Félkörív hossza: $\frac{d_i\pi}{2}$) — 1 pont

A hiányzó A keresztmetszet a tömegből meghatározható:

$m = \rho_{Ag}\cdot V = \rho_{Ag}\cdot(L_{össz}\cdot A) = \rho_{Ag}\left(\sum_i \pi\cdot D_i\right)\cdot A = \rho_{Ag}\cdot\pi\left(\sum_i D_i\right)\cdot A = \rho_{Ag}\cdot\pi\cdot L\cdot A$ — 3 pont

$A = \frac{m}{\rho_{Ag}\cdot\pi\cdot L} = \frac{4\cdot 10^{-3}\,kg}{10500\,\frac{kg}{m^3}\cdot\pi\cdot 0{,}32\,m} = 3{,}789\cdot 10^{-7}\,m^2$ — 3 pont

$\bar{r} = \frac{1}{14}\cdot\left[R_E - \frac{1}{4}\pi\cdot\frac{\tilde{\rho}\cdot L}{A}\right] = \frac{1}{14}\left[0{,}03\,\Omega - \frac{1}{4}\cdot\frac{\pi\,1{,}629\cdot 10^{-8}\,\Omega m\cdot 0{,}32\,m}{3{,}785\cdot 10^{-7}\,m^2}\right] = 0{,}0014\,\Omega = 1{,}4\cdot 10^{-3}\,\Omega$ — 3pont

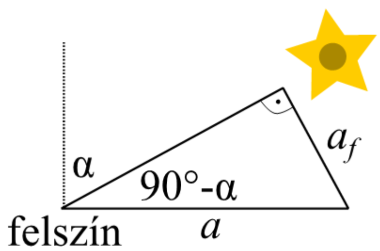
4. A napállandó, azaz a földi légkör 1 négyzetméterére merőlegesen beeső napsugárzás teljesítménye 1360 W, amelynek 40%-a légkörben elnyelődik. Egy budapesti ház tetejére egy 5 m^2 felületű napkollektorrendszert építenek, hogy a nap energiáját hasznosítva vizet melegítsenek vele. A napkollektorok fényelnyelő anyaggal bevont felülete alatt egy cső kígyózik. A csőben folyamatosan víz áramlik egy szivattyúnak köszönhetően, amely a cső egyik végén állandó T_1 hőmérsékletű víz beszívását, a másikon pedig a felmelegedett víz elszívását teszi lehetővé. A napkollektorok a rájuk eső napfény energiájának 75 százalékát képesek hasznosítani.
a) Hány fokkal melegíti fel a vizet a kollektor a téli napfordulókor a déli órákban, amikor a Nap a Baktérítő felett halad? (déli szélesség 23,5°)
b) Hány fokkal melegíti fel a vizet a kollektor a nyári napfordulókor dél környékén, amikor a Nap a Ráktérítő felett halad? (északi szélesség 23,5°)?
Feltételezzük, hogy a cső adott keresztmetszetén 3 liter/perc sebességgel áramlik víz, aminek hőmérséklet-eloszlása a nap folyamán állandósult. Budapest az északi szélesség 47,5°-án helyezkedik el. A hőveszteségektől eltekintünk.
Bónusz kérdés: Milyen sebességgel kell áramoltatni a vizet, hogy a téli időpontban is olyan hőmérsékletűre melegedjen fel, mint a nyárin?

Először a két időpontban egységnyi felületre eső teljesítményt érdemes kiszámolni. A napkollektor egységnyi felületét a feladat leírása szerint csak a napállandó 100%-40%=60%-ának megfelelő teljesítmény éri, azaz $P_f = 1360\frac{W}{m^2}\cdot 0{,}6 = 816\frac{W}{m^2}$ 1 pont

Mind télen, mind nyáron a merőlegesnél kisebb szögben esik a fény a kollektorra. A beesési merőlegessel bezárt szögek nyáron illetve télen:

$\alpha_{nyár} = 47{,}5° - 23{,}5° = 24°$ $\alpha_{tél} = 47{,}5° + 23{,}5° = 71°$ 2 pont

Az ábra alapján belátható, hogy a nyáron, illetve télen egy négyzetméterre eső teljesítmény az alábbi módon számolható:



$P_{f,nyár} = P_f \cdot \sin(90° - \alpha_{nyár})$ 1 pont

$P_{f,nyár} = P_f \cdot \cos(\alpha_{nyár}) = 816\frac{W}{m^2}\cdot\cos(24°) = 745{,}45\frac{W}{m^2}$ 2 pont

$P_{f,tél} = 816\frac{W}{m^2}\cdot\cos(71°) = 265{,}66\frac{W}{m^2}$ 1 pont

Ennek a teljesítmények csak η=0,75 része az, ami a víz melegítését szolgálja. Így a napkollektor A=5 m^2-es felületére eső fényteljesítmény a két vizsgált időszakban:

$P_{nyár} = P_{f,nyár}\cdot\eta\cdot A = 745{,}45\frac{W}{m^2}\cdot 0{,}75\cdot 5\,m^2 = 2795{,}44\,W$ 2 pont

$P_{tél} = P_{f,tél}\cdot\eta\cdot A = 265{,}66\frac{W}{m^2}\cdot 0{,}75\cdot 5\,m^2 = 996{,}23\,W$ 1 pont

Mivel feltételezzük, hogy a csőben folyó és melegedő víz hőmérsékleteloszlása állandósult, így időegység alatt a cső egyik végén az adott, T_1 hőmérsékletű víz áramlik be, míg a másik végén a felmelegedett, T_2 hőmérsékletű víz áramlik ki. Az időegység alatt a napfényből hasznosuló energia tehát az időegység alatt átáramló víz T_1-ről T_2 hőmérsékletre való melegítésére fordítódik.

Ez képletek formájában a következőképp vezethető le. A c fajhőjű, m tömegű víz Q belső energiájának megváltozása ΔT hőmérsékletváltozása esetén:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$ 1 pont

Ha mindkét oldalt elosztjuk Δt-vel, azaz arra vagyunk kíváncsiak, hogy időegység alatt mekkora a víz hőmérsékletváltozása adott teljesítményű belsőenergia-változás esetén:

$$\frac{Q}{\Delta t} = P_Q = c \cdot \frac{m}{\Delta t} \cdot \Delta T$$ 2 pont

Alkalmazva az $m = \rho \cdot V$ összefüggést: 1 pont

$$P_Q = c \cdot \frac{\rho \cdot V}{\Delta t} \cdot \Delta T$$ 1 pont

A fentiekben felismerhető a vízáramlás sebessége:

$$v_v = \frac{V}{\Delta t} = 3 \frac{l}{perc} = 5 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s}$$ 1 pont

tehát a fenti egyenletet átrendezve:

$$\Delta T = \frac{P_Q}{c \cdot \rho \cdot v_v}$$ 1 pont

$$\Delta T_{nyár} = \frac{P_{nyár}}{c \cdot \rho \cdot v_v} = \frac{2795{,}44 \frac{J}{s}}{4200 \frac{J}{kg \cdot {}^\circ C} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s}} = 13{,}31\,{}^\circ C$$ 2 pont

$$\Delta T_{tél} = \frac{P_{tél}}{c \cdot \rho \cdot v_v} = \frac{996{,}23 \frac{J}{s}}{4200 \frac{J}{kg \cdot {}^\circ C} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s}} = 4{,}74\,{}^\circ C$$ 1 pont

Válasz a bónusz kérdésre: BÓNUSZ 5 pont

A hőmérséklet-változás a két esetben azonos, így:

$$\frac{P_{nyár}}{c \cdot \rho \cdot v_v} = \frac{P_{tél}}{c \cdot \rho \cdot v_{v,tél}}$$

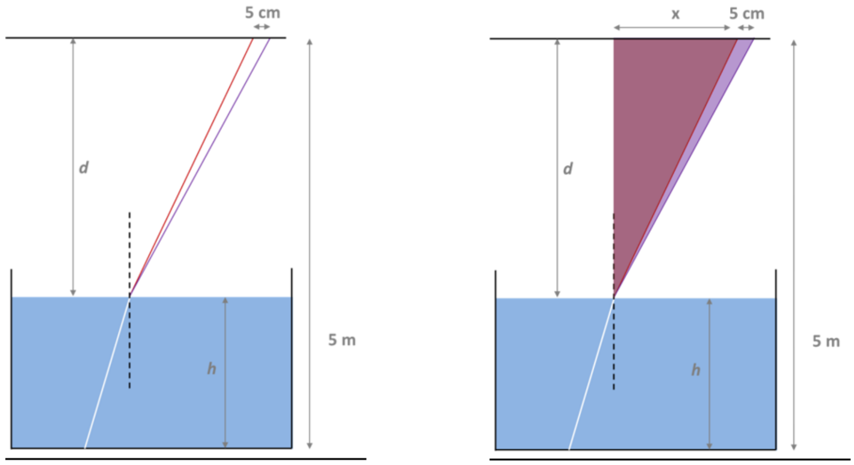
$$\frac{P_{nyár}}{v_v} = \frac{P_{tél}}{v_{v,tél}}$$

$$v_{v,tél} = \frac{P_{tél}}{P_{nyár}} \cdot v_v = 996{,}23 \frac{W}{2795{,}44} W \cdot 3 \frac{l}{perc} = 1{,}07 \frac{l}{perc}$$

Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny
2017/2018 tanév
12. évfolyam feladatainak megoldása

A javítási útmutatóban minden feladathoz adunk egy megoldást. Maximális pontszám (vagy megfelelő részpontszám) adható bármely más, helyes, követhetően lejegyzett, megoldásért is.

1. Egy tartály aljára egy fényforrás van rögzítve, amely párhuzamosított nyalábbal fehér fényt bocsájt ki a merőlegeshez képest 30°-os szögben. Milyen magasságig van vízzel töltve a tartály, ha azt tapasztaljuk, hogy a tartály aljától 5 m-re lévő plafonon 5 cm hosszú sávban látjuk a fehér fény spektrumát?
A víz törésmutatója a vörös színre 1,329, a lilára pedig 1,339.



2 pont (ábra)

A fény a víz levegő határfelületen bekövetkező fénytörés miatt válik komponenseire, így először vizsgáljuk ezt a folyamatot.
A beesési szög: α=30°
A törési szög (β_v) a vörös komponensre a Snellius–Descartes-törvény alapján:

$$\frac{1}{n_v}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$ 2 pont

$$n_v\cdot\sin\alpha=\sin\beta$$ 1 pont

$$\beta_v=\arcsin(n_v\cdot\sin\alpha)=\arcsin(1{,}329\cdot\sin 30°)=41{,}64°$$ 1 pont

Hasonlóan az lila (ibolya) komponensre: $\beta_l=\arcsin(n_l\cdot\sin\alpha)=\arcsin(1{,}339\cdot\sin 30°)=42{,}03°$
1 pont

A fénysugarak, a beesési merőleges (*d*) és a plafon adott darabja (x) meghatároznak egy-egy derékszögű háromszöget, amelyekre a következő összefüggéseket írhatjuk fel:

$x_l-x_v=5\text{cm}$ innen: $x_v=x_l-5\text{cm}$ 2 pont

$$\frac{x_l}{d}=tg\,\beta_l \quad \text{és} \quad \frac{x_v}{d}=tg\,\beta_v$$ 2 pont

Ezeket d-re átrendezve és egyenlővé téve:

$$\frac{x_l}{tg\,\beta_1}=\frac{x_v}{tg\,\beta_v}$$ 1 pont

$$\frac{x_l}{tg\,\beta_1}=\frac{x_l-5\text{cm}}{tg\,\beta_v}$$ 1 pont

$$x_1\cdot(tg\,\beta_v-tg\,\beta_l)=-5\text{cm}\cdot tg\,\beta_l$$ 1 pont

Amiből: $x_l = 367{,}54\,cm$ 1 pont

és $x_v = x_l - 5\text{cm} = 362{,}54\,cm$ 1 pont

A d értéke a korábban felírt $\frac{x_l}{d} = tg\,\beta_l$ összefüggés alapján: 1 pont

$$d = \frac{x_l}{tg\,\beta_1} = \frac{367{,}54\,cm}{tg\,42{,}03°} = 407{,}77\,cm \approx 408\text{cm}$$ 2 pont

Ez tehát a vízfelszín és a plafon távolsága.
A víz magassága:

$h = 5\text{m} - d = 500\text{cm} - 408\,cm = 92\text{cm}$ 1 pont

MÁSODIK LEVEZETÉS:
A fénysugarak, a beesési merőleges (*d*) és a plafon adott darabja (x) meghatároznak egy-egy derékszögű háromszöget, amelyekre a következő összefüggéseket írhatjuk fel:

$$x_l - x_v = 5\text{cm}$$

$$\frac{x_l}{d} = tg\,\beta_l \quad \text{és} \quad \frac{x_v}{d} = tg\,\beta_v$$

Mivel a *d* távolságot szeretnénk meghatározni, a második két egyenletet az x_l és x_v különbségére rendezzük át:

$x_l = d \cdot tg\,\beta_l$ és $x_v = d \cdot tg\,\beta_v$, ahonnan $x_l - x_v = d \cdot (tg\,\beta_l - tg\,\beta_v)$

Innen a *d* már kifejezhető ismert mennyiségekkel:

$$d = \frac{x_l - x_v}{(tg\,\beta_l - tg\,\beta_v)} = \frac{5\,cm}{tg\,42{,}03° - tg\,41{,}64°} = 407{,}77\,cm \approx 408\,cm$$

Ez tehát a vízfelszín és a plafon távolsága.
A víz magassága:

$$h = 5\,m - d = 500\,cm - 408\,cm = 92\,cm$$

MEGJEGYZÉS:

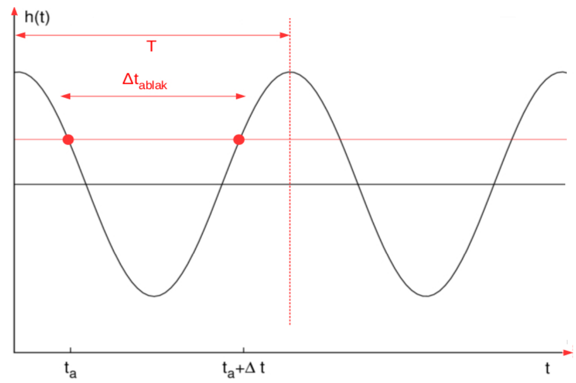
Ha valaki több tizedes jegyet hagy, vagy a számológép memóriájában tárolja a szögeket, akkor jó pár cm-rel eltérő eredmények is kijöhetnek. Pontos értékkel számolva 86,4 cm jön ki. A helyes kerekítéssel számolt értékek és a kerekítés nélkül kapott megoldás is teljes értékű.

2. A villámreflexű Chuck Norris egy pontszerűnek tekintett pisztolygolyót szeretne vízszintesen átlőni egy gyorsan rezgő fal felett. A fal harmonikus rezgőmozgást végez a talajszint körül: periodikusan a föld felett van, majd a föld alá süllyed. A fal vastagsága d=2 m, talajszinthez viszonyított magassága pedig a *h(t)=H·cos(ωt)* függvény szerint változik, ahol ω a rezgés körfrekvenciája. A fal maximálisan H=3 m magasságra emelkedik ki, rezgésének periódusideje pedig T=0,013 s. A pisztolygolyó állandó v=230 m/s sebességgel mozog. A nehézségi gyorsulást hanyagoljuk el a mozgás során. Határozzuk meg azt a minimális h_{min} lövési magasságot, amikor Chuck Norris még képes átlőni a fal felett úgy, hogy a falhoz ne érjen hozzá a golyó. Feltesszük, hogy Chuck Norris képes ideális ütemben (fázisban) lőni.

Először határozzuk meg, hogy mennyi idő szükséges ahhoz, hogy a golyó át tudjon menni:

$$t_0 = \frac{d}{v_0} = \frac{2\text{m}}{230\frac{m}{s}} = 0{,}0087\,s$$ 3 pont

A mozgó fal magassága az idő függvényében: 4 pont



A golyó csak akkor képes átjutni, ha a rendelkezésre álló időablak hosszabb, mint az átjutáshoz szükséges t_0 idő. 1 pont

A határesethez a $\Delta t = t_0$ feltételnek kell teljesülnie. 2 pont

Legyen t_a az az időpillanat, amikor az adott magasságból érkező golyó előtt éppen lebukik a fal.

A koszinuszfüggvény periodicitása miatt: $T = 2\cdot t_a + \Delta t$, határesetben: $T = 2\cdot t_a + t_0$ 3 pont

Ebből a t_a meghatározható:

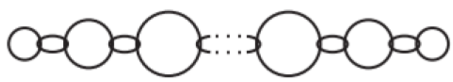
$$t_a = \frac{T - \frac{d}{v_0}}{2} = 0{,}00215217\, s$$ 3 pont

Az ehhez az időpillanathoz tartozó magasság, azaz a minimális magasság:

$$h_{min} = H\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t_a\right) = 1{,}51816\, m$$ 3 pont

Legalább ilyen magasságból kell a golyót kilőni, hogy képes legyen átmenni. 1 pont

3. Egy 4 g tömegű ezüst lánc 15 db különböző átmérőjű ezüst gyűrűből áll, de az egyes gyűrűkben az ezüsthuzal keresztmetszete azonos és jóval kisebb mint a gyűrű mérete. A megfeszített lánc hossza 32 cm, elektromos ellenállása 0,03 Ω. Az ezüst gyűrűk mint vezetékek által képviselt ellenálláson kívül a gyűrűk érintkezési pontjainál is ellenállás lép föl. Mekkora az egyes érintkezési pontokban föllépő elektromos ellenállás átlagos értéke?

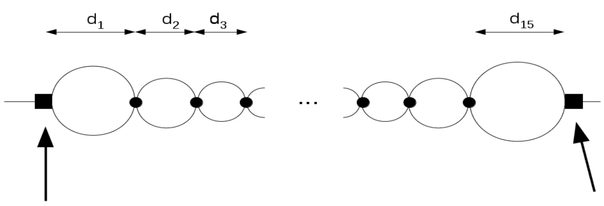


$$R_E = 0{,}03\,\Omega$$
$$m = 4\text{g} = 4\cdot 10^{-3}\, kg$$
$$L = 32\text{cm} = 0{,}32\, m$$

$R = \tilde{\rho}\cdot\frac{l}{A}$ ahol $\tilde{\rho}$ a fajlagos ellenállást jelöli 1 pont

15 db ezüstgyűrű

$$\rho_{Ag} = 10500\,\frac{kg}{m^3}$$

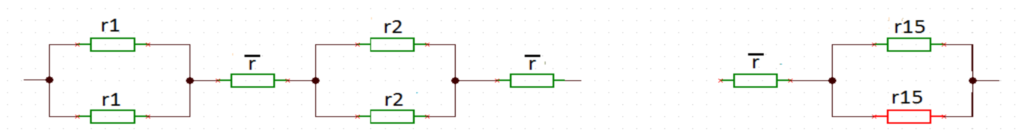


$\tilde{\rho}=1{,}629\cdot 10^{-8}\,\Omega m$

A csatlakozást, ahol az ellenállást valamilyen módon mérjük, ideálisnak tételezzük fel.

- Van tehát 14 db érintkezési pont átlagosan $\bar{r}$ ellenállással. 1 pont
- Van 15-ször 2 félkörív, a hosszal arányos ellenállással. 1 pont

3 pont



A párhuzamosan kapcsolt rész eredő ellenállása: $\dfrac{r_i}{2}$ 1 pont

Ezek sorosan kapcsoltak az $\bar{r}$ -ekkel, így a mért eredő ellenállás: $R_E=\sum_i \dfrac{r_i}{2}+14\cdot\bar{r}$ 3 pont

r_i -k a fajlagos ellenálláson keresztül a hosszal arányosak:

$r_i=\tilde{\rho}\cdot\dfrac{l_i}{A}=\tilde{\rho}\cdot\dfrac{d_i\pi}{2A}$ (Félkörív hossza: $\dfrac{d_i\pi}{2}$) 1 pont

A hiányzó A keresztmetszet a tömegből meghatározható:

$m=\rho_{Ag}\cdot V=\rho_{Ag}\cdot(L_{össz}\cdot A)=\rho_{Ag}\left(\sum_i \pi\cdot D_i\right)\cdot A=\rho_{Ag}\cdot\pi\left(\sum_i D_i\right)\cdot A=\rho_{Ag}\cdot\pi\cdot L\cdot A$ 3 pont

$A=\dfrac{m}{\rho_{Ag}\cdot\pi\cdot L}=\dfrac{4\cdot 10^{-3}\,kg}{10500\dfrac{kg}{m^3}\cdot\pi\cdot 0{,}32\,m}=3{,}789\cdot 10^{-7}\,m^2$ 3 pont

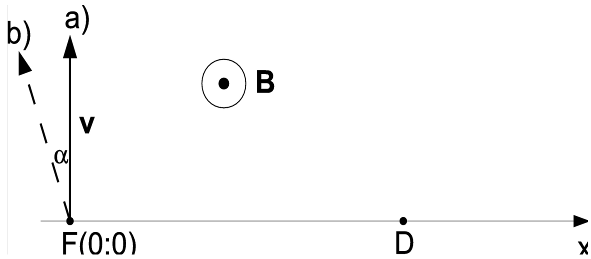
$\bar{r}=\dfrac{1}{14}\cdot\left[R_E-\dfrac{1}{4}\pi\cdot\dfrac{\tilde{\rho}\cdot L}{A}\right]=\dfrac{1}{14}\left[0{,}03\,\Omega-\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{\pi 1{,}629\cdot 10^{-8}\,\Omega m\cdot 0{,}32\,m}{3{,}785\cdot 10^{-7}\,m^2}\right]=0{,}0014\,\Omega=1{,}4\cdot 10^{-3}\,\Omega$ 3pont

4. Egy részecskeforrásból alfa-részecskék érkeznek egyforma sebességgel a homogén B indukciójú mágneses térbe. A részecskék sebességvektora és a mágneses indukció vektora merőlegesek egymásra a mozgás során. A mozgó töltött részecskék sebességének nagysága 500 m/s. A teret jellemző mágneses indukció pedig 0,2 mT. A detektorunk megfelelően működik és jelzi a becsapódásokat.

a) Mekkora a távolság a D detektor és az F forrás között? (A detektort és a forrást is pontszerűnek tekintjük.)

Előfordulhat, hogy nem sikerül tökéletesen irányítani a kilépő alfa-részecskéket. Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a részecskék az eredeti irányhoz képest α=3° szöggel eltérülve hagyják el a forrást olyan módon, ahogyan azt az ábra mutatja. A sebességük nagysága változatlan maradt.

b) Adjuk meg a detektorunk pozícióját úgy, hogy továbbra is érzékelni tudjuk a becsapódó töltött részecskéket! (A detektornak és a forrásnak az x-tengelyen kell elhelyezkednie.)



Megoldás:

A végeredmény érzékeny a tömegre! Maximális pontszámmal fogadjuk el a megoldást akkor is, ha a versenyző nem ezt a közelítést alkalmazza.

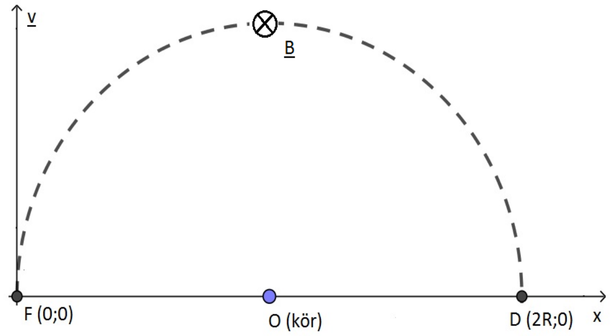
a) Az α-részecske:

töltése: $q=2\cdot e=2\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\,C=3{,}204\cdot 10^{-19}\,C$

tömege: $M=2\cdot m_p+2\cdot m_n=2\cdot(m_p+m_n)\approx 4\cdot m_p=6{,}692\cdot 10^{-27}\,kg$ 2 pont

megjegyzés: nyugalmi tömegek: $m_p=1{,}673\cdot 10^{-27}\,kg$

$m_n=1{,}675\cdot 10^{-27}\,kg$, így $m_p\approx m_n$



$F_p=F_{cp}$ 2 pont

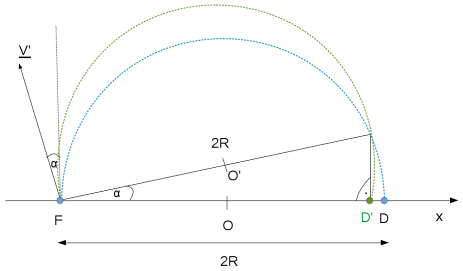
$q\cdot v\cdot B=M\cdot\frac{v^2}{R}$ 2 pont

$R=\frac{M\cdot v}{q\cdot B}$ 2 pont

$2\cdot R=2\cdot\frac{M}{q}\cdot\frac{v}{B}=2\cdot 0{,}209\cdot 10^{-7}\frac{kg}{C}\cdot\frac{5\cdot 10^2\cdot\frac{m}{s}}{2\cdot 10^{-4}\cdot\frac{kg}{A\cdot s^2}}=1{,}045\cdot 10^{-1}\,m$ 2 pont

$2\cdot R=d(FD)=10{,}45\,cm$ 2 pont

b)



$|\underline{v}|=|\underline{v}'|=v$ így 1 pont

$R'=\frac{M}{q}\cdot\frac{v'}{B}=\frac{M}{q}\cdot\frac{v}{B}=R$ 1 pont

a Thalész-tétel alkalmazásával: $d(FD')=2\cdot R\cdot\cos\alpha$

$d(DD')=d(FD)-d(D'F)=2\cdot R-2\cdot R\cdot\cos\alpha=2\cdot R\cdot(1-\cos\alpha)$

$\alpha=3°\approx 0{,}05\,rad$

$\alpha=\frac{3\pi}{180}=\frac{\pi}{60}$

Megjegyzés: $\cos\alpha\approx 1-\frac{\alpha^2}{2}$ így: $d(D'D)=2\cdot R\cdot\frac{\alpha^2}{2}=R\cdot\alpha^2$

Új pozíció:

$(2\cdot R\cdot\cos\alpha\,;0)$

$(10{,}45\cdot\cos\frac{\pi}{60}\,cm\,;0)=(10{,}4356\,cm\,;0)$ 6 pont