Budó Ágoston Fizikai Feladatmegoldó Verseny, 2003.

MEGOLDÁSOK

Számolási hibáért az adott részfeladatra adható pontszám 20%-át vonjuk le.

Fogadjuk el teljes értékűnek, ha g=10m/s² kerekített értékkel számolt a versenyző.

A megoldókulcs megoldásától eltérő, elvileg helyes megoldásért is adjuk meg a teljes pontszámot.

1.

Adatok: $d = 2{,}4\text{cm},\ \rho_v = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3},\ m_0 = 1\text{g}$

Amikor a mérlegre 1 g többletsúlyt helyezünk, akkor az h_0-lal süllyed mélyebbre. Az így nyert többlet felhajtóerő tart egyensúlyt az 1 g súlyával:

$m_0 \cdot g = \rho_v \cdot h_0 \cdot \frac{d^2}{4} \cdot \pi \cdot g$. Innen h_0= 0,22 cm. **12 pont**

A maximálisan mérhető tömeg megállapításához tudnunk kell, hogy a „mérleg" üres állapotában mennyi a vízből még kilógó farúd hossza, illetve mekkora a farúd alja és a befőttesüveg alja közötti távolság. E két távolság közül a kisebbet h_{max}-szal jelölve a maximálisan mérhető tömeg: $m_{max} = \rho_v \cdot h_{max} \cdot \frac{d^2}{4} \cdot \pi = m_0 \cdot \frac{h_{max}}{h_0}$. **8 pont**

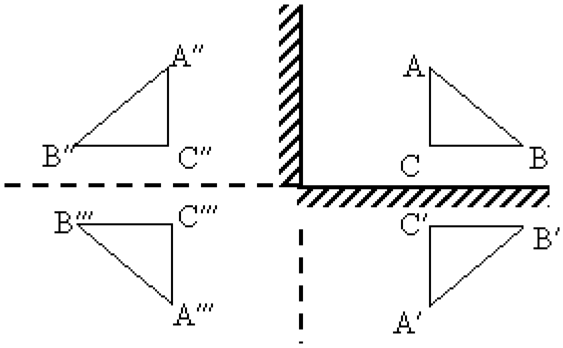
2.

Adatok: v_J=6 m/s, $v_É$=1,15· 6 m/s=6,9 m/s, s=100 m.

A 100 m-es távot Jani és Évi $t_J = \frac{s}{v_J} = 16{,}67$ s, illetve $t_É = 14{,}49$ s, ahonnan az időkülönbség: Δt = 2,18 s, ennyivel előbb ér Éva a célba. **8 pont**

Amikor Évi beér, Jani $s_J = v_J \cdot t_É = 86{,}94$ m távot tett meg, vagyis lemaradása Δs = 13,1 m, ekkora távolságot ver Évi Janira. **12 pont**

3.



A kaleidoszkópban minden alakzatnak 3 képe keletkezik. A bejelölt háromszögnek a tükörképei az ábrán láthatók.

Pontozás:

Az ′ és ″ képek berajzolásáért **5-5 pont**

A ‴ kép berajzolásáért **10 pont**

A pont akkor jár, ha a rajz arányos, és a betűjelek is fel vannak tüntetve. Ezek elmaradásakor 20%-kal kevesebb pont adható.

4.

R =32 Ω, U = 12 V, m = $2{,}1\cdot10^{-2}$ kg 0°C-os jég, t = 120 s, L_o = 335 kJ/kg.

n = ?

A jég vízzé olvasztásához szükséges hő: $Q = m \cdot L_o$ = 7,035 kJ. **5 pont**

A szükséges elektromos teljesítmény: $P = Q/t$ = 58,62 W.

A vezetékek eredő ellenállása $R_e = R/n$, másrészt $R_e = U^2/P$.

A vezetékek száma: $n = R \cdot P/U^2$ = 13,02.

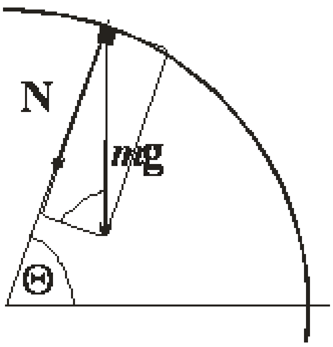
A jégmentesítő 13 vezetékből áll. **15 pont**

Egyszerűbben úgy is gondolkodhatunk, hogy egyetlen vezeték által termelt hőt számítjuk ki

először: $Q_1 = \frac{U^2 \cdot t}{R} =$ 540 W, $n \approx \frac{Q}{Q_1}$, n=13.

5.

r = 0,32 m, Θ = 70°, g= 9,81 m/s^2, f = ? (fordulat/perc)



A körpályán maradás feltétele:

$m\omega^2 r = N + mg \sin\Theta$.

Kifejezve a nyomóerőt: $N = m\omega^2 r - mg \sin\Theta$.

A ruhák akkor hullnak le, ha a nyomóerő nullává válik:

N=0, **10 pont**

azaz $m\omega^2 r = mg \sin\Theta$.

Ebből $\omega = \sqrt{\frac{g \sin \Theta}{r}}$ = 5,36 s^{-1}. **5 pont**

A henger fordulatszáma: $f = \frac{\omega}{2\pi}$ = 0,85 s^{-1}= 51,25 perc^{-1}. **5 pont**

Ha a válasz csak s^{-1}-ban van kifejezve, akkor azért 2 pont jár.

6.

h = 53 m, s = 14 m, l = 2 m, g =9,81 m/s^2.

t_u = ?

A kocka h' = h –s = 39 m-t esett, amikor a munkás felnéz. Ebben a pillanatban a sebessége:

$v = \sqrt{2gh'}$ = 27,66 m/s.

A kocka még $s' = s - l$ = 12 m utat tesz meg t_u idő alatt, amíg a munkásra esik:

$s' = vt_u - \frac{g}{2}t_u^2$. Ebből kifejezhető t_u:

$$t_u = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 2gs'}}{g} = \frac{-27{,}66 \pm 31{,}63}{9{,}81} \text{ s.}$$

Csak a pozitív gyök értelmes, tehát a munkásnak <u>0,4 s</u> ideje van az elugrásra. **20 pont**

Számolhatunk úgy is, hogy meghatározzuk, hogy mennyi idő alatt teszi meg a kocka a 39 m-es, ill. az 51 m-es utat, és a két idő különbségét vesszük:

$t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{g}}$ =2,82 s, $t_2 = \sqrt{\frac{2s_2}{g}}$ =3,22 s, $t_2 - t_1$ = <u>0,4 s.</u>

7.

Az inga lengésideje attól függ, hogy az inga helyén mekkora a „térerősség”, vagyis a test látszólagos súlyának és tömegének hányadosa, azaz az adott vonatkoztatási rendszerhez képest a szabad test gyorsulása (a harmadik esetben is tekintsük állandónak). Ezt az értéket kell a nyugvó rendszerbeli inga lengésidő képletében a g helyébe helyettesíteni.

Gondolkodhatunk úgy is, hogy meghatározzuk az ingán lévő testre az adott vonatkoztatási rendszerben, egyensúlyi helyzetében ható kötélerőt. Ennek az erőnek a -1-szerese fogja meghatározni az inga mozgását, vagyis ez lép a nehézségi (súly-) erő helyébe a gyorsuló rendszereknél.

a) A Földhöz képest nyugvó inga esetében ez az érték g.

A lengésidő az ismert képlettel: $T_a = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ **4 pont**

b) A liftben elhelyezett inga esetén, a lift mozgásirányától függően a „térerősség” $g \pm a$, ha a lift felfelé gyorsul, akkor a +, ha lefelé, akkor a – előjel érvényes.

A lengésidő: $T_b = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{l}{g \pm a}}$ **8 pont**

Ha nem gondolt a lift kétféle mozgásirányára, akkor 6 pont adható.

c) A körforgalomban haladó teherautó esetén a gravitációs gyorsulás merőleges a centrifugális gyorsulásra, így ezek összege: $\sqrt{g^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$.

A lengésidő: $T_c = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}}} = 2 \cdot \pi \sqrt[4]{\frac{l^2}{g^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}}$ **8 pont**

8.

Legyen a tartály alapterülete *A*, a gőz sűrűsége ρ_g, a vízé ρ_v=2 ρ_g, a vízoszlop és a gőzoszlop magassága rendre h_v és h_g.

A kiindulási állapotban meghatározzuk a víz + gőz össztömegét, ami állandó marad: h_v=0,5 m és h_g=1,5 m, így $M = A \cdot h_v \cdot \rho_v + A \cdot h_g \cdot \rho_g =$ 2,5 m·A ·ρ_g.

a) Ha a dugattyút fél méterrel kihúzzuk:

$h_{v,1} + h_{g,1} = 2{,}5$ m és $A \cdot h_{v,1} \cdot \rho_v + A \cdot h_{g,1} \cdot \rho_g =$ 2,5 m·A·ρ_g, ahonnan

$h_{v,1} = 0$ és $h_{g,1} = 2{,}5$ m, <u>vagyis ebben az állapotban a hengerben az összes víz gőz állapotban van</u>. **7 pont**

b) Ha a dugattyút egy méterrel betoljuk:

$h_{v,1} + h_{g,1} = 1$ m és $A \cdot h_{v,1} \cdot \rho_v + A \cdot h_{g,1} \cdot \rho_g =$ 2,5 m·A·ρ_g, amely egyenletrendszernek nincs megoldása, vagyis ez az állapot nem valósítható meg. Ez abból is kiderül, ha megvizsgáljuk, hogy mennyi az M tömegű víz térfogata: 2,5 m·A·ρ_g $= A \cdot h_v \cdot 2 \cdot \rho_g$, ahonnan $h_v = 1{,}25$ m.

7 pont

Ha a dugattyút kifelé húzzuk, akkor a víz fölött csökken a nyomás, aminek hatására a víz párolog, és egyre kevesebb térfogatot foglal el a víz. Amikor a dugattyú eléri a 2,5 m magasságot, már minden víz telített gőz állapotban van. Ha a dugattyút még tovább húzzuk kifelé, akkor a hengerben telítetlen gőz lesz. Ha a dugattyút befelé toljuk, akkor egyre több gőz csapódik le, míg a dugattyú 1,25 m helyzeténél már minden víz lecsapódott állapotban van, és mivel a folyadékok nem összenyomhatóak, a dugattyú beljebb nem tolható. **6 pont**

9.

Adatok: $m_{Fe} = 0{,}4\,kg,\ m_{Pb} = 0{,}12\,kg,\ t_0 = 18°C$ és függvénytáblázatból:

$$t_{Fe} = 1536°C,\ t_{Pb} = 327°C,\ c_{Fe} = 464{,}76\,\frac{J}{kg \cdot °C},\ c_{Pb} = 129{,}79\,\frac{J}{kg \cdot °C},\ L_{o,Pb} = 23{,}9\,\frac{kJ}{kg}.$$

Mivel a vas olvadáspontja magasabb, így az olvasztás lehetséges. **5 pont**

A rendszerrel közlendő hő:

$Q = (c_{Fe} \cdot m_{Fe} + c_{Pb} \cdot m_{Pb}) \cdot (t_{Pb} - t_0) + L_{o,Pb} \cdot m_{Pb} =$ 65,12 kJ. **15 pont**

10.

A cső keresztmetszete legyen *A*. A baloldali lévegőrész adatait 1-es, a jobboldalit 2-essel jelöljük, majd a melegítés után a megfelelő mennyiségeket ’-vel látjuk el:

$h_1 = 30\mathrm{cm}, h_2 = 50\mathrm{cm}, h_1' = 40\mathrm{cm}, h_2' = 40\mathrm{cm}$

$p_1 = p_2, p_1' = p_2' \text{és } T_1 = T_2 = T_2' = 273K$

Az egyesített gáztörvényt felírjuk mindkét levegőrészre: $\frac{p_1 \cdot A \cdot h_1}{T_1} = \frac{p_1' \cdot A \cdot h_1'}{T_1'}$ illetve $\frac{p_2 \cdot A \cdot h_2}{T_2} = \frac{p_2' \cdot A \cdot h_2'}{T_2'}$. Ahonnan $T_1' = \frac{5}{3} T_1 =$ <u>455 K</u>. **20 pont**

11.

$l = 0{,}2$ m, $m = 0{,}75$ kg, $D = 25$ N/m, $g = 9{,}81$ m/s^2, $\Theta = \frac{1}{3} m l^2$ a rúd végén átmenő tengelyre.

$v_A = ?$

A rúd végső, fekvő helyzetében a rugó hossza $x = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}2^2}\,\mathrm{m}$. Ebből a rugó megnyúlása: $\Delta x = x - l/2 = 0{,}2236$ m. **5 pont**

Fölírhatjuk az energiamegmaradás tételét a rúd kezdeti és végállapotára:

$$mg\frac{l}{2} = \frac{1}{2} D \Delta x^2 + \frac{1}{2} \Theta \omega^2$$. **10 pont**

Ebből kifejezhető a tengely körüli forgás szögsebessége az asztalba csapódáskor:

$\omega^2 = \frac{mgl - D\Delta x^2}{\Theta} = 108{,}99$ s^{-2}, azaz $\omega = 10{,}44$ s^{-1}.

Tehát a végpont sebessége $v_A = \omega l =$ <u>2,09 m/s</u>. **5 pont**

12.

Adatok: ρ=200 nC/m^3, R_1=1,5 cm, R_2=4,5 cm, R_3=6,5 cm

A vezető belső oldalán a töltéssűrűség legyen σ_1, a külső felületen σ_2 !

Mivel a vezető belsejében a térerősség zérus, a szigetelő töltéseiből induló minden erővonal a vezető belső felületén elhelyezkedő, ellentétes előjelű töltéseken kell, hogy végződjön. Mivel a vezető eredetileg semleges volt és el van szigetelve a környezetétől, a belső és külső felületen elhelyezkedő ellentétes előjelű töltések összege mindvégig zérus, nagyságuk megegyezik. A vezeték egy *h* hosszúságú szakaszán elhelyezkedő töltésmennyiség:

$$Q = \rho \cdot R_1^2 \cdot \pi \cdot h = -\sigma_1 \cdot 2 \cdot R_2 \cdot \pi \cdot h = \sigma_2 \cdot 2 \cdot R_3 \cdot \pi \cdot h.$$

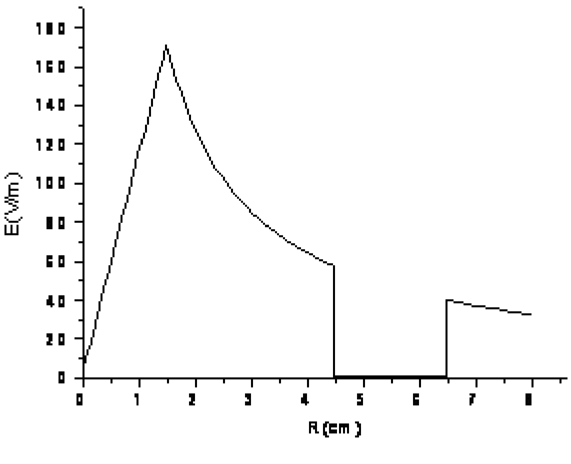
Innen $\sigma_1 = -0{,}5\,\mathrm{nC/m^2}$ és $\sigma_2 = 0{,}35\,\mathrm{nC/m^2}$. **8 pont**

Ha az előjelre nem figyelt, akkor –2 pont.

A térerősséget a Gauss-tétel segítségével határozzuk meg. Kihasználjuk, hogy az elrendezés hengerszimmetrikus.

a) $R<R_1$

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = E \cdot A \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho \cdot R^2 \cdot \pi \cdot h}{\varepsilon_0} = E \cdot 2 \cdot R \cdot \pi \cdot h \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\rho \cdot R}{2 \cdot \varepsilon_0},$$ **2 pont**



b) $R_1<R<R_2$ $\quad E = \dfrac{\rho \cdot R_1^2}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot R}$, **2 pont**

c) $R_2<R<R_3$ $\quad E = 0$, **2 pont**

d) $R_3<R$ $E = \dfrac{\rho \cdot R_1^2}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot R}$. **2 pont**

Az ábráért, illetve a tartományok valamilyen illesztéséért 2pont

Kiszámoljuk a térerősség számértékét a határ-felületeknél (ez kell a megfelelő ábrázoláshoz):

$$E(R_1) = 170\,\frac{V}{m},\ E(R_2) = 56{,}8\,\frac{V}{m},\ E(R_3) = 39{,}3\,\frac{V}{m}$$

2 pont

13.

Adatok: v = 3,5 m/s, t_0 = 5 m, R = 2 m, f = –1 m

A leképezési egyenlet átrendezésével: $k = \dfrac{f \cdot t}{t-f}$. **5 pont**

Ezt deriválva kapjuk a képpont sebességét (az időt most τ-val jelöljük):

$$\frac{dk}{d\tau} = \frac{f \cdot \frac{dt}{d\tau} \cdot (t-f) - f \cdot t \cdot \frac{dt}{d\tau}}{(t-f)^2} = \frac{f \cdot (-v) \cdot (t-f) - f \cdot t \cdot (-v)}{(t-f)^2} = \frac{f^2 \cdot v}{(t-f)^2}$$

Ennek értéke a kérdéses időpontban: $\dfrac{dk}{d\tau} = 0{,}097\,\dfrac{m}{s}$. **15 pont**

Megjegyzés: A feladat közelítő megoldása deriválás nélkül is megadható, ha kiszámítjuk a képpont helyét kis dτ=0,01s idővel a jelen helyzet előtt és után.

$t_1 = t_0 + v \cdot \Delta\tau = 5{,}035$ m, valamint $t_2 = t_0 - v \cdot \Delta\tau = 4{,}965$ m.

Ezekhez tartozik: $k_1 = \dfrac{f \cdot t_1}{t_1 - f} = -0{,}83430$ m, illetve $k_2 = \dfrac{f \cdot t_2}{t_2 - f} = -0{,}83235$ m.

Innen a képpont sebessége: $v_k = \frac{\Delta k}{\Delta \tau} = \frac{0{,}002m}{0{,}02s} =$ 0,0975 m/s.

A pontszám a közelítő megoldásért is teljes értékben jár.

Ha a fókusztávolság előjele hibás, akkor a feladatra maximum 15 pont adható.

14.

Adatok: $\rho = 2702\frac{kg}{m^3},\ h = 1m,\ g = 9{,}81\frac{m}{s^2},\ d = 6\cdot 10^{-4}\,m,\ N = 5,\ I = 0{,}5A$.

A kör alakú tekercs adatai: egy menet hossza $\frac{h}{N}$, vagyis

a kör sugara: $R = \frac{h}{2\cdot\pi\cdot N}$, **2 pont**

területe $A = \left(\frac{h}{2\cdot\pi\cdot N}\right)^2\cdot\pi = \frac{h^2}{4\cdot\pi\cdot N^2}$. **2 pont**

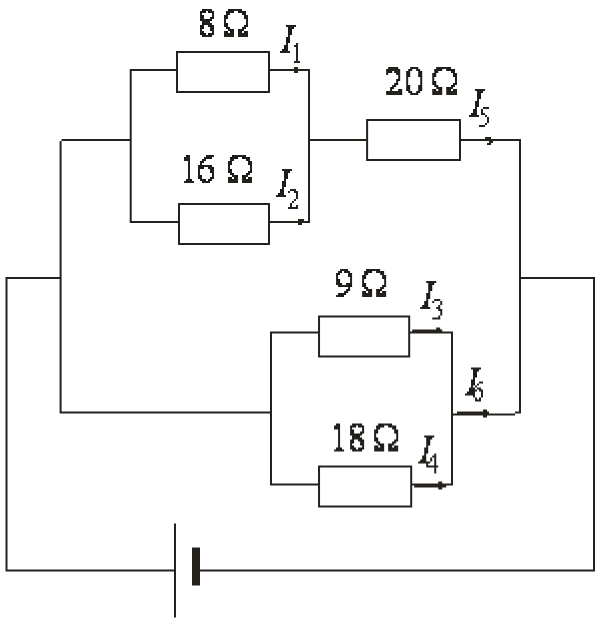
A tekercs tömege: $m = \rho\cdot h\cdot\frac{d^2}{4}\cdot\pi$ **2 pont**

A tekercsre a súlyerő, az asztal nyomóereje és a mágneses tértől származó erő forgatónyomatéka hat. Ahogy a rajta átfolyó áramot növeljük, egyre nő a mágneses mező nyomatéka. A megmozdulás pillanatában a tekercs már csak egy ponton érintkezik az asztallal, mely a forgáspont is lesz, így a nyomóerő forgatónyomatéka erre a pontra nulla. Ekkor a gravitációs erő és a mágneses tér forgatónyomatékai egyensúlyban vannak:

$N\cdot B\cdot I\cdot A = m\cdot g\cdot R$. **10 pont**

Innen $B = \frac{\rho\cdot h\cdot d^2\cdot\pi\cdot g\cdot R}{4\cdot N\cdot B\cdot I\cdot A} = \frac{\rho\cdot h\cdot d^2\cdot\pi\cdot g\cdot\frac{h}{2\cdot\pi\cdot N}}{4\cdot N\cdot B\cdot I\cdot\frac{h^2}{4\cdot\pi\cdot N^2}} = \frac{\rho\cdot d^2\cdot\pi\cdot g}{2\cdot I} =$ 0,03 T. **4 pont**

15.



I_1= 0,5 A, I_5 = ?, I_3 = ?

A 8 Ω -os és 16 Ω-os ellenálláson ugyanakkora feszültség esik: 8 I_1= 16 I_2, ezért I_2 = 0,25 A.

A 20 Ω-os ellenálláson átfolyó áram I_1 és I_2 összege:

I_5 = <u>0,75 A</u>.

8 pont

A felső ágra eső feszültség:

U= 8 Ω· 0,5 A +20 Ω· 0,75 A = 19 V.

A felső és alsó ágra eső feszültség megegyezik:

I_3= U/9 Ω=<u>2,11 A</u>. **12 pont**

A második részének megoldására kínálkozik egy további út is:

A felső ág eredő ellenállása: ($\frac{16}{3}+20$)Ω, az alsó ág eredő ellenállása 6 Ω.

A felső és alsó ágra eső feszültség megegyezik:

$(\frac{16}{3}+20)I_5 = 6I_6$, ebből I_6 = 3,166 A.

A 9 és 18 Ω-os ellenálláson ugyanakkora feszültség esik, másrészt a rajtuk átfolyó áramok összege éppen I_6, tehát fönnáll, hogy I_3 = 2I_4 és I_6 = I_3 + I_4. Innen I_3 = <u>2,1 A</u>.